CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

En este capítulo se describe la obtención y el funcionamiento del modelo de Nelson y Siegel, el cual es fundamental para obtener las estructuras temporales que servirán para comprender la efectividad de la política monetaria.

3.1 Metodología

Este trabajo tiene dos objetivos principales. El primer objetivo consiste en conocer el impacto del "corto" sobre la estructura temporal de las tasas de interés, esto con el fin de evaluar la efectividad de las decisiones de política monetaria del Banco de México. Como segundo objetivo se busca averiguar si los factores que componen la ETTI se ven afectados y en qué magnitud por las variaciones en el régimen de saldos diarios.

Para lograr cumplir con los objetivos de este trabajo es necesario construir las estructuras temporales mensuales con información histórica de las tasas de interés de los bonos gubernamentales cupón cero. De entre todos los modelos, mencionados en el primer capítulo, para obtener la ETTI, se hará uso del modelo paramétrico de Nelson y Siegel (1987) ya que ha demostrado tener un gran poder de ajuste sobre la curva de rendimiento.

En este modelo se incluirá una variable que captará cambios en el instrumento de política monetaria conocido como "corto", esto para tomar en cuenta el efecto de variaciones en el régimen de saldos diarios sobre las tasas de interés.

3.1.1 Modelo de Nelson y Siegel

El trabajo de Charles Nelson y Andrew Siegel desarrollado en 1987 ofrece un modelo simple que es capaz de representar la curva de rendimiento con un alto nivel de confiabilidad. Este modelo ha sido utilizado con gran éxito en diversos países debido a que presenta numerosas e importantes ventajas sobre otros, como son: mínima discrecionalidad en su estimación, buen ajuste, reducida fluctuación, parsimonia, bajos requerimientos de información además de que estima tasas de corto y largo plazo incluso fuera de la muestra con gran precisión (Nelson y Siegel, 1987).

Algunos trabajos que han hecho uso de esta metodología son: los realizados por Svensson (1994) para Suecia;, Meier (1999) para Suiza; Schich (1999) para Alemania; Arango, Melo y Vásquez (2002) para el caso de Colombia; Herrera y Magendzo (1997), Zúñiga y Soria (1999) y Lefort y Walker (2000) para Chile.

En México son escasos los estudios que han aplicado la metodología de Nelson y Siegel. Uno de estos trabajos ha sido el desarrollado por Herrera (2003), quien teniendo como base este modelo, incluye la extensión propuesta por Svensson (1995) con el fin de obtener estimaciones de la ETTI e utilizarlas como herramienta para la extracción de expectativas.

Como primer paso para derivar el modelo de Nelson y Siegel es necesario comprender la relación que existe entre la curva de descuento, la curva forward y la curva de rendimiento o ETTI.

Tomando en consideración un horizonte de tiempo continuo, la tasa spot es instantánea, por lo que se puede representar el valor presente en el momento t de un bono cupón cero que vence en T pagando $1 de la siguiente manera:

$$P_t(\tau) = e^{-\tau, R_t(\tau)} \tag{3.1}$$

Donde:

$P_t(\tau)$ Precio del bono descontado al periodo t

$\tau = T - t$ Tiempo al vencimiento

$R_t(\tau)$ Rendimiento al vencimiento[1]

La ecuación 3.1 es utilizada para la valoración de bonos cupón cero, con lo cual obtenemos la curva de descuento. A partir de esta expresión podemos obtener la curva de rendimiento o ETTI spot despejando el término *R(τ):*

$$R_t(\tau) = -\frac{1}{\tau}\log P_t(\tau) \qquad (3.2)$$

De la misma manera, si la tasa forward se define por cambios instantáneos en la tasa spot, la ETTI puede ser representada como el promedio de tasas forward sobre un periodo:

$$R_t(\tau) = \frac{1}{\tau}\int_t^T f_t(u)du \qquad (3.3)$$

Donde:

$$f_t(\tau) = -P_t'(\tau)/P_t(\tau) \qquad \text{Curva forward} \qquad (3.4)$$

A partir de estas relaciones, Nelson y Siegel, siguiendo la teoría de las expectativas de la ETTI proponen que si las tasas spot son generadas por ecuaciones diferenciales, entonces las soluciones a éstas serán las tasas forward. La estructura temporal de tasas de interés generalmente se encuentran asociadas a formas: monótonas,

[1] Comúnmente conocido por su expresión en inglés “yield to maturity”.

jorobadas o en S. Una clase de funciones que recogen estas características son las soluciones de las ecuaciones diferenciales.

Por tanto, los autores formulan un modelo a partir de la solución de una ecuación diferencial de segundo orden:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 e^{(-m/\tau_1)} + \beta_2 e^{(-m/\tau_2)} \tag{3.5}$$

donde *r(m)* es la tasa forward según el plazo al vencimiento m, τ_1 y τ_2 son constantes de tiempo asociadas a la ecuación, y β_0, β_1, y β_2 son determinadas por las condiciones iniciales. De esta ecuación se obtienen curvas forward.

Después de una serie de experimentos ajustando este modelo, Nelson y Siegel llegan a la conclusión que existen parámetros que pueden ser eliminados sin alterar las propiedades del modelo. El modelo parsimonioso genera las formas de la ETTI, y está dada por una solución de una ecuación de segundo grado con raíces iguales:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 e^{(-m/\tau)} + \beta_2 \left[\left(\frac{m}{\tau} \right) \cdot e^{(-m/\tau)} \right] \tag{3.6}$$

Los tres componentes de la ecuación 3.6 denotan las siguientes características: el parámetro β_0 es una constante; el término exponencial $\beta_1 exp(-m/\tau)$ es decreciente monotónicamente (creciente) con respecto al plazo al vencimiento *m* si β_1 es positiva (negativa); $\beta_2[(m/\tau)*exp(-m/\tau)]$ produce forma de U (U invertida), si β_2 es negativo (positivo). Cuando el plazo al vencimiento *m* tiende a infinito, tanto el segundo como el tercer término de 3.6 tendrán un valor de cero, por lo que el límite de la ecuación cuando *m* se aproxima a infinito es β_0. Asimismo, si el plazo al vencimiento *m* se aproxima a cero, *r(m)* será $\beta_0 + \beta_1$.

La curva de rendimiento o ETTI es el promedio de las curvas forward, sustituyendo la ecuación 3.6 en 3.3 se obtiene:

$$R(m) = 1/m\int_0^m r(x)dx \tag{3.7}$$

Integrando la ecuación anterior de cero a *m* y dividiendo por *m*, se obtiene la ETTI en función del plazo al vencimiento:

$$R(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)\left(\frac{1 - e^{-m/\tau}}{m/\tau}\right) - \beta_2 e^{-m/\tau} \tag{3.8}$$

Sin embargo, Diebold y Li opinan que la factorización realizada por Nelson y Siegel presenta dificultades al estimar e interpretar los coeficientes, esto debido a que definen a los coeficientes -β_0, β_1 y β_2- como factores. Las cargas $[(1-e^{-m/\tau})/(m/\tau)]$ y $e^{-m/\tau}$ decrecen monotónicamente de manera similar por los que las cargas serían obligadas a ser muy similares, lo cual crea dos problemas: por un lado, conceptualmente es complejo lograr una interpretación intuitiva de los factores; y por el otro, operacionalmente es difícil estimar los factores con gran precisión dado que la alta relación entre los factores produce problemas de multicolinealidad (Diebold y Li, 2003). Para solucionar esta situación, proponen la siguiente especificación:

$$R(m) = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{1 - e^{-m/\tau}}{m/\tau}\right) + \beta_2\left(\frac{1 - e^{-m/\tau}}{m/\tau} - e^{-m/\tau}\right) \tag{3.9}$$

Los coeficientes pueden interpretarse como medida de la fuerza de los componentes de corto, mediano y largo plazo de la estructura de la curva de rendimiento (y también de la tasa forward). Así, β_0, representa la contribución del componente de largo plazo sobre el rendimiento al momento del vencimiento, β_1 corresponde a la contribución del componente de corto plazo y β_2, la contribución del componente de mediano plazo.

El parámetro τ indica la velocidad de decaimiento de los componentes de corto y mediano plazo a cero. Cuando el valor de τ es pequeño, supone una rápida disminución en los regresores lo que permite mejor ajuste de curvatura en corto plazo.

El componente de β_0 es 1, una constante que no decrece a cero en el límite. El componente β_1 es $[(1-e^{-m/\tau})/(m/\tau)]$, una función que comienza en 1 pero decae monotónicamente y rápidamente a cero. El componente de β_2 es $[(1-e^{-m/\tau})/(m/\tau)]- e^{-m/\tau}$, la cual comienza en cero (por tanto, no es de corto plazo), se incrementa y luego decae a cero (por tanto, no es de largo plazo). En la figura 3.1 se muestra el comportamiento de estos componentes.

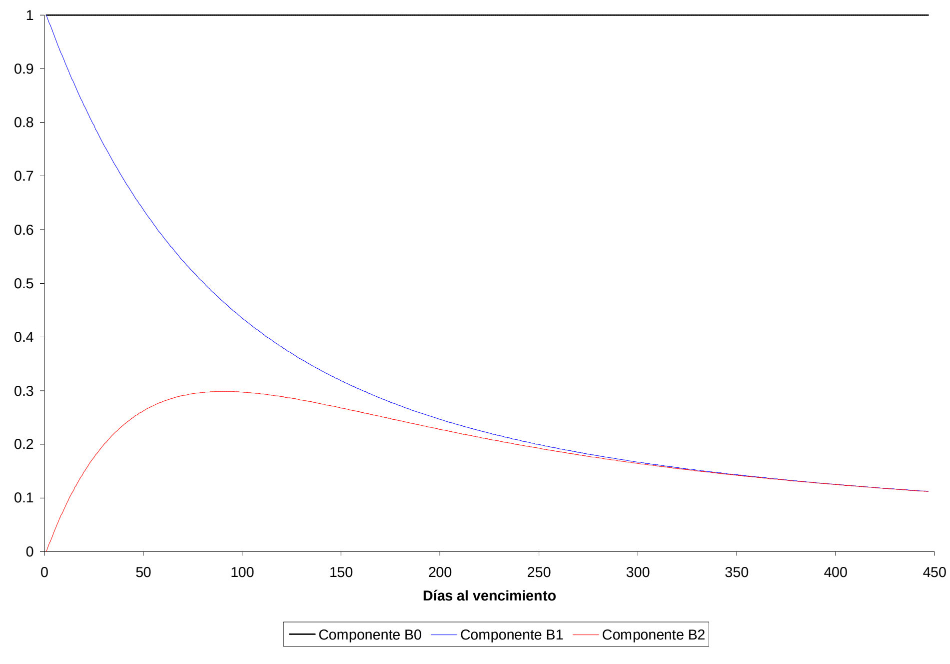

Figura 3.1 Comportamiento de los componentes

Los tres elementos que integran la ecuación 3.9 generalmente son interpretados en términos de los componentes de largo, corto y mediano plazo respectivamente de la curva de rendimiento. Sin embargo, esta no es la única interpretación que existe en la literatura, alternativamente, se pueden entender en términos del nivel, la pendiente y la curvartura.

De forma concreta el parámetro β_0 determina el nivel de la estructura, cualquier cambio en éste, caeteirs paribus los demás parámetros, implica un cambio en el nivel total de la curva. En el caso de β_1, puede ser interpretado como el diferencial entre rendimiento de largo plazo y el rendimiento instantánea de corto plazo[2], lo cual lo hace estar estrechamente relacionado con la pendiente de la curva. Un aumento β_1 incrementa los rendimientos de corto plazo más que los rendimientos a largo plazo cambiando así la pendiente de la curva. β_2 se relaciona principalmente con la curvatura de la ETTI, un incremento de éste tendrá un efecto mínimo en los rendimientos de muy corto o muy largo plazo, sin embargo, aumentará los rendimientos de mediano plazo aumentando la curvatura de la estructura.

Las características de la curva de rendimiento con respecto al plazo al vencimiento *m*, son necesariamente las mismas que las de la tasa forward, ya que *R(m)* es sólo el promedio de *r(m).*

.

$$lím_{m\to\infty} R(m) = \beta_0$$

$$lím_{m\to 0} R(m) = \beta_0 + \beta_1$$

[2] $R(\infty) - R(0) = -\beta_1$, es la definición formal de la obtención de la pendiente

Para poder obtener los coeficientes β_0, β_1, y β_2 se requiere únicamente conocer el rendimiento y la madurez de bonos cupón cero de la misma calidad crediticia (generalmente se toma como referencia bonos gubernamentales que se encuentran libres de riesgo). Es posible utilizar bonos con cupones para calcular estos coeficientes, pero requieren de un proceso algebraico para eliminar el "efecto cupón"[3]

El método de mínimos cuadrados no lineales es apropiado para poder estimar el modelo de Nelson y Siegel, aunque es posible hacerlo mediante el procedimiento de mínimos cuadrados ordinarios, siempre y cuando se fije un valor al parámetro τ.

---

[3] El efecto cupón se presenta cuando dos bonos con el mismo vencimiento tienen, generalmente, diferente rendimiento a la maduración si el cupón es diferente. En Shiller, Campbell y Schoenholtz (1983) se utiliza una metodología *ad hoc* para corregir el efecto cupón aunque, como los propios autores demuestran, al aumentar los plazos hasta el vencimiento su aproximación pierde la bondad requerida.