

5. Estimación del Modelo y Resultados

5.1. Forma reducida del modelo

Como no se tienen datos sobre la tasa natural de desempleo, es necesario hacer una forma reducida del modelo para poder estimarlo utilizando solamente las observaciones de inflación y desempleo. Se presenta la forma reducida del modelo siguiendo la metodología de Ruge-Murcia (2003). Tomando expectativas condicionales de ambos lados de la ecuación 6 tenemos

$$u_t = \psi + \delta u_{t-1}^n + \sum_{i=1}^{q-1} \theta_i \Delta u_{t-1}^n + \zeta_t - \lambda \varepsilon_t + \eta_t$$

Sumando y restando $\psi + \delta u_{t-1} + \sum_{i=1}^{q-1} \theta_i \Delta u_{t-1}$, restando u_{t-1} de ambos lados y teniendo en cuenta que $u_t^n - u_t = \lambda \varepsilon_t - \eta_t$, tenemos

$$\Delta u_t = \psi - (1 - \delta) u_{t-1} + \sum_{i=1}^{q-1} \theta_i \Delta u_{t-1} + \zeta_t - \lambda \varepsilon_t + \eta_t + \delta (\lambda \varepsilon_{t-1} - \eta_{t-1}) + \sum_{i=1}^{q-1} \theta_i (\lambda \Delta \varepsilon_{t-i} - \Delta \eta_{t-i}) \quad (18)$$

Esta ecuación describe el proceso de la tasa de desempleo como función de sus valores anteriores y de una combinación lineal de choques actuales y pasados. La principal ventaja de esta ecuación para nuestro análisis es que no incluye a la tasa natural como uno de sus regresores. Sin embargo, cuando se cuenta solo con datos de inflación y desempleo, no es posible desagregar los residuales de cada uno de los choques estructurares para construir los rezagos de ε_t y de η_t que encontramos en la ecuación. Por lo tanto es necesario imponer algunas restricciones estadísticas al proceso de la tasa de desempleo.

Como la secuencia $\zeta_t - \lambda \varepsilon_t + \eta_t + \delta (\lambda \varepsilon_{t-1} - \eta_{t-1}) + \sum_{i=1}^{q-1} \theta_i (\lambda \Delta \varepsilon_{t-i} - \Delta \eta_{t-i})$ agrega un ruido blanco y dos promedios móviles (MA) de orden q , podemos representar la secuencia como un proceso MA (q), que sea, $w_t + \sum_{i=1}^{q-1} \tau_i w_{t-i}$, que tenga las mismas propiedades estadísticas de

la serie original¹⁶. Por lo tanto el proceso de la tasa de desempleo puede escribirse de forma reducida como un proceso ARMA($q - 1, q$) de la siguiente manera

$$\Delta u_t = \psi - (1 - \delta) u_{t-1} + \sum_{i=1}^{q-1} \theta_i \Delta u_{t-1} + w_t + \sum_{i=1}^{q-1} \tau_i w_{t-i} \quad (19)$$

La estimación de esta ecuación puede hacerse con los procedimientos usuales. Por ejemplo, los rezagos de w_t pueden aproximarse empíricamente con residuales rezagados de la ecuación. Además, como el proceso ARMA no está restringido, puede ser aproximado por un proceso autorregresivo (AR) ó MA de orden finito.

En cuanto a la tasa de inflación, tomemos expectativas condicionales en ambos lados de la ecuación 15 para obtener

$$E_{t-1} u_t^n = E_{t-1} u_t$$

Esto se debe al hecho de que el desempleo difiere de su tasa natural solo por un término aleatorio de media cero sin correlación serial. Por lo tanto, el pronóstico de u_t^n es equivalente al pronóstico de u_t cuando ambos están basados en el mismo conjunto de información I_{t-1} . Por la ecuación 19 podemos construir el pronóstico de desempleo en base a observaciones pasadas del mismo. Como resultados reescribimos la ecuación 14 como

$$\pi_t(\alpha) = \tilde{\pi}_t - \frac{\alpha}{2} \sigma_{\pi}^2 + \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha \gamma E_{t-1} u_t) + \varepsilon_t \quad (20)$$

donde $\gamma = \lambda \phi(1 - k) \geq 0$ es un coeficiente constante.

Finalmente por los supuesto de los choques estructurales, las perturbaciones del modelo en forma reducida, w_t y ε_t no están correlacionados serialmente y tienen una distribución conjunta normal con media cero:

¹⁶Esto se debe a que, la suma de dos procesos MA que no están correlacionados en ningún genera un proceso MA de orden igual al orden máximo de sus dos componentes. Y a que la suma de una serie de ruido blanco y un proceso MA con el que no esta correlaciones produce un proceso MA del mismo orden (Harvey (1981)).

$$\begin{bmatrix} v_t \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} \Big| I_{t-1} \sim N(0, \Psi), \quad (21)$$

donde Ψ representa una matriz 2 x 2 positiva definida de varianza-covarianza. Como w_t es una agregación de choques estructurales y contiene a ε_t , entonces ε_t y w_t están contemporáneamente correlacionados y los elementos fuera de la diagonal en Ψ son diferentes de cero.

5.2. Estimación del modelo

Antes de estimar el modelo es necesario encontrar los procesos que siguen la tasa de desempleo y la varianza condicional de la inflación. Por lo tanto, en los próximos dos apartados se presenta la estimación de los mismos.

5.2.1. Estimación del proceso estocástico del desempleo

Como observamos anteriormente el desempleo puede escribirse de forma reducida como un proceso ARMA($q - 1, q$). Dado que cualquier proceso ARMA estacionario puede ser aproximado por un proceso autorregresivo, estimamos el modelo de pronóstico del desempleo como un proceso AR finito.

Bajo preferencias asimétricas, la inflación depende de manera no lineal del pronóstico del desempleo hecho por el público. Para examinar la robustez de los resultados bajo el uso de diferentes modelos de pronóstico del desempleo, se consideran dos procesos para u_t . El primero es un modelo estacionario que corresponde al caso en el que $0 \leq \delta < 1$ en la ecuación 6. El segundo es un modelo estacionario que corresponde al caso en el que $\delta = 1$ en 6. Para ambos modelos, la selección de rezagos de la representación AR fue determinada utilizando el Criterio de Información de Akaike (AIC). Después de estimar procesos con rezagos de 1 a 9, la mejor especificación del modelo estacionario para las tasas de desempleo de Brasil, Chile,

Colombia, México y Perú, son AR(1), AR(3), AR(3), AR(1), y AR(5), respectivamente. La mejor especificación del modelo no estacionario para las tasas de desempleo de Brasil, Chile, Colombia, México y Perú, son AR(2), AR(4), AR(4), AR(2), y AR(6), respectivamente.

Cuadro 9: Pruebas de los residuales de los modelos de desempleo

Prueba	Brasil		Chile		Colombia	
	(2, 0, 0)	(1, 1, 0)	(4, 0, 0)	(3, 1, 0)	(4, 0, 0)	(3, 1, 0)
BG	0.50	0.63	0.28	0.25	0.59	0.76
ARCH	0.89	0.88	0.14	0.16	0.88	0.85

Prueba	México		Perú	
	(2, 0, 0)	(1, 1, 0)	(6, 0, 0)	(5, 1, 0)
BG	0.38	0.38	0.80	0.81
ARCH	0.82	0.95	0.54	0.41

Se eligen dos rezagos para ambas pruebas. Se presentan los p-values,

** y *** denotan significancia estadística al 5 y 1 por ciento, respectivamente.

En el cuadro 9 podemos observar las pruebas de especificación realizadas para los modelos de pronóstico del desempleo. La prueba Breusch-Godfrey determina si existe correlación serial de los residuales. Para ningún modelo es posible rechazar la hipótesis nula de no correlación serial. La prueba del Multiplicador de Lagrange para ARCH determina si existe heteroscedasticidad condicional de los residuales. La hipótesis nula de que no existe heteroscedasticidad condicional no puede ser rechazada para ningún modelo.

Por las pruebas de raíces unitarias realizadas en el capítulo 3.1 es posible determinar los modelos de desempleo que se utilizan. En el cuadro 5 se reportan los p-values de cada prueba, y se determina el orden de integración de las series. Por lo tanto, se utiliza el modelo estacionario para Brasil, Chile y México; y se utiliza el modelo no estacionario para Colombia

y Perú.

5.2.2. Estimación de la varianza condicional de la inflación

En el caso de la inflación, el modelo asimétrico implica que la varianza condicional de la inflación ayuda a pronosticar 20, sin embargo, el modelo de Ruge-Murcia asume que la varianza condicional de la inflación es homoscedástica. Este supuesto no es del todo realista ya que se ha documentado ampliamente y existe un consenso de que la varianza condicional de la inflación es heteroscedástica y sigue un proceso GARCH(1,1). Por lo tanto, se modela la inflación como el mejor AR(12)-GARCH(1,1), eligiendo el orden del AR siguiendo el AIC, y se guarda la varianza condicional de la inflación que surge de esta modelación. El cuadro 10 presenta los estimadores de los parámetros del GARCH(1,1).

Cuadro 10: Estimación de la varianza condicional de la inflación

	Brasil	Chile	Colombia	México	Perú
	Proceso de la media				
Parámetro	AR(2)	AR(6)	AR(3)	AR(3)	AR(6)
Residual ²	0.27**	-0.27***	0.17	0.54**	-0.12***
GARCH	0.24	0.93***	0.74***	0.08	1.05***

** y *** denotan significancia estadística al 5 y 1 por ciento, respectivamente.

5.2.3. Estimación

El proceso bivariado de inflación y desempleo se estima como un sistema por mínimos cuadrados ordinarios. Es posible estimar el sistema por este método gracias a que la formulación del sistema, donde el proceso estocástico de u_t entre como variable explicativa del proceso estocástico de $\pi_t - \tilde{\pi}_t$ pero este proceso no entra como variable explicativa del proceso de u_t .

Finalmente el sistema que se estima por mínimos cuadrados ordinarios se compone de dos ecuaciones:

$$u_t = \psi + \sum_{i=1}^q \theta_i u_{t-1} + \nu_t \quad (22)$$

$$\pi_t - \tilde{\pi}_t = - \left(\frac{\alpha}{2} \right) \sigma_{\pi t}^2 + \left(\frac{1}{\alpha} \right) \ln (1 + \alpha \gamma E_{t-1} u_t) + \varepsilon_t \quad (23)$$

donde el orden de q depende de la serie de desempleo de cada país y ν_t es *i.i.d.* $\sim N(0, \sigma_\nu^2)$ es un término de error.

Las estimaciones se reportan en el cuadro 11. Los estimadores de α son negativos y estadísticamente significativos en el caso de Brasil (-10.03), Chile (-9.34), Colombia (-39.56) y Perú (-8.17). Esto significa que para estos países, desviaciones negativas de la inflación de su objetivo implican un mayor costo que desviaciones positivas dentro de la función de pérdida del banquero central, aún cuando estas desviaciones sean de la misma magnitud. En todos estos casos la hipótesis nula de que el estimador verdadero sea cero se rechaza al 1 por ciento de significancia contra la alternativa de que sea diferente de cero. Este estimador en el caso de México es positivo, pero no es estadísticamente significativo, por lo que mientras que podría ser que desviaciones positivas de la inflación de su objetivo impliquen un mayor costo que desviaciones negativas, no es posible descartar que la formulación cuadrática, donde ambas desviaciones implican el mismo costo, sea correcta para éste país.

El resultado de que $\alpha < 0$ era anticipado para los casos de Brasil y Colombia, de acuerdo a los resultados reportados en el cuadro 3 donde la desviación promedio de la inflación de su objetivo es positiva, y el porcentaje de incumplimiento es alto. El caso de Chile, México y Perú no era esperado. En los casos de Chile y Perú, el hecho de que $\alpha < 0$, se debe a otro tipo de circunstancias ajenas al proceso inflacionario, como pueden ser, la estructura y la dinámica del mercado laboral. En el caso de México es posible que una formulación simétrica

sea correcta. Debido a la estructura de los mercados de los países de América Latina es posible que una modelación que permita asimetría en las preferencias sobre desempleo genere resultados más precisos.

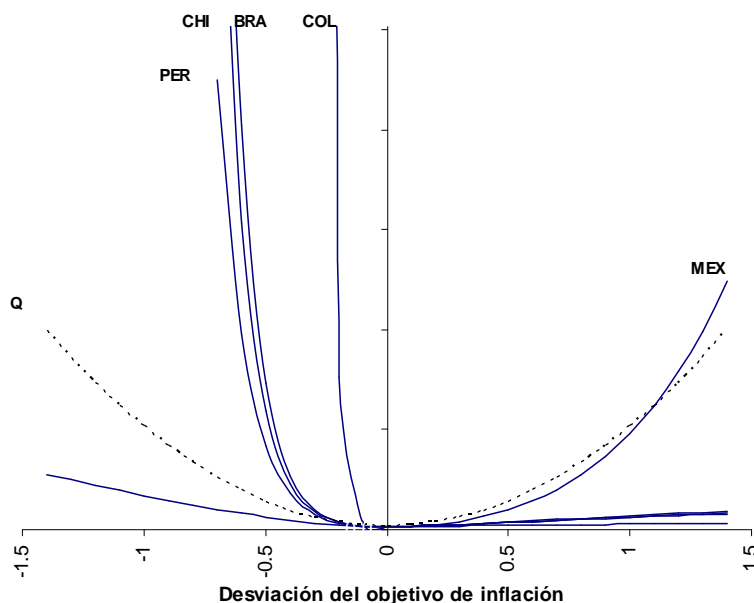
Cuadro 11: Estimación del modelo

	Brasil	Chile	Colombia	México	Perú
	Modelo de desempleo				
Parámetro	(2,0,0)	(4,0,0)	(3,1,0)	(2,0,0)	(5,1,0)
α	-10.03***	-9.34***	-38.56***	1.63	-8.17***
γ	0.01	-17.53	0.00	1.47	0.01**
θ_1	0.90***	1.29***	-0.47***	0.67***	-0.76***
θ_2	0.07	-0.12	-0.09	0.23*	-0.52***
θ_3		-0.48***	-0.01		-0.27
θ_4		0.32***			-0.17
θ_5					0.01
ψ	0.26	-0.12	-0.17*	0.36	-0.06

*, ** y *** denotan significancia estadística al 10, 5 y 1 por ciento, respectivamente.

La figura 5 grafica las funciones de perdida de los banqueros centrales generadas con el parámetro de preferencias α y se comparan con la función de pérdida cuadrática. En la figura, la línea punteada representa la formulación cuadrática. En los casos de Perú, Chile, Brasil y Colombia, se observa como desviaciones negativas del objetivo se penalizan mucho más que bajo una formulación cuadrática. En estos casos, desviaciones positivas se penalizan menos que bajo una formulación cuadrática. Por el contrario, en el caso de México la función de pérdida estimada implica una mayor penalización a grandes desviaciones positivas que la formulación cuadrática, pero como se comento anteriormente, la formulación cuadrática parece ser la adecuada para México.

Figura 5: Preferencias estimadas del banco central



El eje vertical representa la pérdida del banco central ante desviaciones de la inflación de su meta

En cuanto a los estimadores de γ . El parámetro $\gamma = \lambda\phi(1 - k) \geq 0$ es un parámetro en forma reducida y sus componentes estructurales λ , ϕ y k no se identifican por separado. Por lo tanto, un estimador de γ no revela la magnitud de k , la proporción de la tasa natural de desempleo que es determinada como objetivo por el banco central, ni la magnitud de ϕ , la importancia que tiene el desempleo en la función de pérdida del banquero central. Sin embargo, como se asume que $\lambda, \phi > 0$, cuando $\gamma = 0$, quiere decir que el banquero central tiene como objetivo de desempleo la tasa natural ($k = 1$). Cuando $\gamma > 0$, quiere decir que $0 < k < 1$.

En el caso de Brasil, Colombia, México y Perú, $\hat{\gamma}$ es positivo. Sin embargo, los estimadores de Brasil, Colombia y México no son estadísticamente diferentes de cero. Por lo tanto, la forma funcional que implica el modelo genera una evidencia mínima ó inexistente de que existe una relación positiva entre la desviación de la inflación de su objetivo y la tasa de desempleo. El hecho de que el desempleo no sea útil para pronosticar la inflación es consistente

con una versión del modelo en la que el banquero central tiene como objetivo del desempleo su tasa natural. En el caso de Perú, el estimador implica que la relación entre la desviación de la inflación de su objetivo y la tasa de desempleo es positiva. En el caso de Chile, el $\hat{\gamma}$ es negativo, pero al igual que para Brasil, Colombia y México no es significativamente distinto de cero.

Los resultados de la estimación del modelo no son consistentes con los resultados de la estimación por mínimos cuadrados en dos etapas, en donde la relación entre el desempleo y la desviación de la inflación de su objetivo era positiva y estadísticamente significativa para Brasil, Chile y Colombia. Era negativa y estadísticamente significativa para el caso de México, y no era significativamente diferente de cero para el caso de Perú. Debido al tamaño tan pequeño de las muestras es posible que esto refleje la gran incertidumbre que existe detrás de estos parámetros.