

## CAPÍTULO 2

### MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN LITERARIA

Al hacer un trabajo de investigación como lo es una tesis, es necesario dar a conocer al lector cuáles van a ser los modelos en los cuales se basará el trabajo, esto es, indicar ampliamente la literatura conocida del tema, los modelos a utilizar y las herramientas necesarias. Por este motivo en este capítulo se indicará que es un inventario, ya que es la idea fundamental del proyecto, qué tipos de inventarios hay y cuáles son los modelos que se usarán para alcanzar los objetivos, como lo son, los modelos de inventarios determinísticos y probabilísticos y el método de clasificación ABC.

#### **2.1 Introducción.**

Como se dijo en el capítulo anterior, esta tesis centrará su estudio en la implementación de un modelo de inventario para la empresa GARLO, introduciendo en este nuevo capítulo los conceptos que se van manejar, así como las herramientas necesarias para escoger un modelo, integrando la teoría e importancia del proyecto relacionados a la bibliografía ya existente del mismo tema.

Se dará a conocer de una forma más amplia lo que es un inventario, la importancia de tener un buen control del mismo y de la misma forma dar a conocer y relacionarnos con los modelos existentes. De igual manera los factores que se involucran en él, los cuales son: inventario de seguridad, costo por ordenar, costo por mantener el inventario, demanda y tiempos de entrega entre otros.

Para efectos del desarrollo del proyecto, también se definirá lo que es la clasificación ABC, su importancia y su rol dentro del control de inventarios.

## **2.2 ¿Qué es un Inventario?**

Para un buen entendimiento del tema de la tesis y de los puntos a tratar, es necesario que el lector conozca ampliamente lo que es un inventario, según Love, un inventario es “la cantidad de bienes o materiales en control de una empresa, tenido para un tiempo de holganza o estado improductivo aguardando su uso para una producción destinada a una venta” (Love, Stephen, 1979 Pág. 3). Otra postura ante lo que significa un inventario es de Tersine, quien dice que “el termino inventario significa varias cosas, como existencias de materia en un tiempo dado, las cuales se pueden ver, pesar y contar; Lista detallada de bienes en una propiedad; El valor de los bienes almacenados; Valor de los bienes almacenados, poseídos por una empresa en un determinado tiempo” (Tersine, Ricahrd J., 1988 Pág. 3), para efectos del estudio, la definición que nos interesa es la primera. Por su parte Eppen, y Gould, definen un inventario “como los artículos ociosos en el almacén, esperando ser usados” (Eppen, G. D., y Gould, F. J., 1987. Pág. 398).

Teniendo varias definiciones de lo que es un inventario, se puede concluir en base a las tres referencias citadas, que un inventario es un conjunto de materiales o artículos que se encuentran en un almacén, esperando el momento de ser utilizados, ya sea para una producción o para satisfacer una venta.

Hay varios tipos de inventarios, existen los inventarios de materia prima, de producto en proceso, producto terminado e incluso inventarios de personas (Ver Cuadro 2.1). El estudio que se realizara se hará sobre inventarios de materias primas únicamente, las cuales son usadas para alimentar una línea de producción, que dará origen a un producto

terminado, durante esta tesis las materias primas que se manejarán son materiales utilizados para fabricar juegos de cables automotrices.

**Tabla 2.1: Tipos de Inventarios**

<b>FUENTE DE ENTRADA</b>	<b>TIPO DE INVENTARIO</b>	<b>DESTINO</b>
PROVEEDORES	SUMINISTROS	ADMINISTRACIÓN, MANTENIMIENTO, PRODUCCIÓN
PROVEEDORES	MATERIAS PRIMAS	PRODUCCIÓN
ETAPAS DE PRODUCCIÓN	PRODUCTO EN PROCESO	SIGUIENTE ETAPA
PROVEEDOR O PRODUCCIÓN	PRODUCTO TERMINADO	ALMACÉN

Fuente: Tersine. Pág. 4

### **2.3 Control de Inventarios.**

Es de suma importancia tener claro lo que significa, ya que muchas veces incluso dentro de la misma empresa no se tiene muy claro lo que es. Plossl y Wight., lo enuncian como: “un inventario es todo material que una compañía tiene a la mano y que representa una gran porción del total de los activos de la empresa. El departamento de ventas, frecuentemente ve a los inventarios como un recurso ilimitado y siente que el departamento de producción ha fallado, si algún material no está disponible en el almacén cuando hay una orden de compra que requiera dicho material de inmediato. En el departamento de finanzas frecuentemente ven a los inventarios como un mal necesario, ya que ese capital invertido en el almacén podría ser usado en otra área. La gente del área de producción tiene

dificultades al tratar de entender los costos que conlleva mantener un inventario y frecuentemente ven los controles de inventario con desagrado. Desde el punto de vista de la empresa los inventarios son recursos ilimitados; obviamente, el problema es simplemente que los inventarios son considerados frecuentemente desde un punto de vista muy particular, en lugar de verlos desde un punto de vista más general como es en su conjunto toda la empresa”( Plossl, G. W., y Wight, O. W., 1967. Págs. 47-48). Teniendo esta definición, nos podemos dar cuenta que es vital que cada una de las personas que laboran en una empresa y sus distintos departamentos estén de acuerdo con la terminología, que todos entiendan el por qué de un inventario.

Para manejar un inventario se debe tener claro cuáles son las limitaciones y gastos que éste implica; Del mismo modo se debe de ver como una ayuda para la empresa más que como un problema, ya que manejándolo bien se pueden ofrecer mejores productos y servicios. Las partes de la empresa deben tener conocimiento y estar concientes que el inventario debe de estar bien organizado y regulado para no generar gastos innecesarios.

Ahora podemos enfocarnos ya en un control de inventarios, hay varios significados para “control de inventarios”, Love lo define como “el esfuerzo para lograr y mantener un balance económico entre los costos contraídos y los costos salvados por tener materia prima en inventario” (Love, Stephen. 1979, Pág. 7), pero éste no es el único significado, también podemos encontrar que para un director de almacén es controlar físicamente la materia, librándola de eventos fortuitos como pueden ser un incendio, inundación, etc..

El tener un control del inventario se da por la necesidad financiera de mantener materiales para satisfacer los requerimientos para conformar un producto, pero debe de estar bien controlado, ya que el dinero invertido en almacén no puede ser utilizado en otra área. Los controles de inventarios exitosos envuelven el determinar el nivel de inventario necesario para alcanzar el nivel deseado de servicio al cliente, tomando en cuenta los costos que éste conlleva.

Tomando en cuenta los puntos anteriores podemos decir que un control de inventarios es controlar la cantidad exacta de bienes y materiales que se encuentran por un tiempo en estado estacionario en espera de ser utilizados para la elaboración de un producto final, manteniéndolo al más bajo costo.

### **2.3.1 Factores que afectan el control de inventarios.**

Una vez que está claro y definido lo que es un inventario y un proceso de control de inventarios, debemos de tomar en cuenta los costos que éstos tienen y los factores que se involucran, los cuáles son: costos de almacenaje, costos de ordenamiento, costo de compra unitario, costos de agotamiento, tiempo de entrega e inventario de seguridad

#### **2.3.1.1 Costo de almacenaje.**

Al hablar de los costos de un inventario podemos encontrar una gran variedad de costos, de los cuales se hablará más adelante, en este apartado nos referimos a un tipo de costos financieros, el costo da inicio en el momento en el que se hace un gasto invirtiendo en la adquisición de materia prima. Una explicación de lo que es el costo de almacenaje nos la da Love, “El costo de mantener un inventario empieza desde la inversión de capital en la

compra de material, esta inversión se planea para obtener ganancias en un futuro, estas ganancias representan un porcentaje de la inversión previamente planeada. Niveles altos de inversión pueden crear costos por tener un almacén o por renta de una bodega, además de los impuestos que se deben pagar por almacenar dichos productos.” (Love, Stephen., Pág. 6)

Al considerar este costo, es notable que entre más grande sea el inventario, mayores son los costos debido en gran parte al espacio que este utiliza, pero también podemos ligarlo a que si la empresa quiere dar un buen servicio a sus clientes y ofrecer productos de calidad, los materiales, aparte de almacenarlos, se tienen que conservar en buen estado, por lo que el costo de almacenaje envuelve a su vez otros costos, como lo son:

- Costo de capital: ganancias que la compañía podría obtener del dinero que se encuentra estático en el almacén.
- Costos de espacio: costos relacionados con el uso de piso, espacio que cambia al aumentar o disminuir el nivel de inventario, la depreciación del edificio donde se encuentra o la renta del mismo en caso de no ser propio.
- Costos de servicio: añadido por el seguro e impuestos que se pagan por el almacén.
- Costos de tenencia: debidos a mermas, hurtos y requerimientos especiales de manejo.

#### **2.3.1.2 Costo de ordenamiento.**

Son los gastos en que se incurre cuando se desea pedir un abastecimiento de materiales, en el cuál se contemplan las órdenes de compra, gastos de papelería, gastos de envío de la

orden, gastos de comunicaciones, etc. Los cuales se extienden hasta la hora en la que se recibe el pedido, es verificado y almacenado en bodegas.

Para darnos una idea más general nos enfocaremos a la forma en la que definen este gasto Eppen y Gould, “Está relacionado con la cantidad de tiempo que se requiere para el trabajo de papelería y contabilidad cuando se llena una orden, y está en relación directa con los salarios del personal involucrado” (Eppen, G. D. y Gould, F. J., Pág. 399)

#### **2.3.1.3 Costo de compra unitario.**

Es el costo al cual se adquiere un material, como se mencionó anteriormente, cuando se tiene un almacén hay capital invertido que no dará ganancia alguna hasta después de un tiempo, ya que se encontrará en estado estacionario hasta el momento que se requiera.

Es uno de los costos más conocidos y común, completamente ligado al costo de ordenar, ya que inmediatamente después de hacer la orden de materiales se tendrá que caer en un gasto para respaldar ese pedido, ya sea que se compre a precio de lista o con descuento.

#### **2.3.1.4 Costo de faltantes o agotamiento.**

Agotamiento significa que algo se terminó, para efectos del tema se tomará como el fenómeno de que llegan pedidos después de que se han agotado las existencias.

Es de suma importancia si se considera que al tener un pedido en el momento de experimentar un agotamiento, no se podrá abastecer con rapidez lo cual culminará en un descontento de parte del cliente e incluso pérdidas para la empresa por no poder surtir el producto. A este costo envuelto en el costo de agotamiento se le llama según Eppen y Gould “costo penal”, que se refiere al costo por unidad de la demanda insatisfecha.

### **2.3.1.5 Tiempo de entrega.**

Una variable de suma importancia para los inventarios, es el tiempo que tarda en llegar la materia prima ordenada, desde el momento en que se envió la orden de compra, hasta el momento en que está físicamente en el almacén.

Los tiempos de entrega pueden variar por muchos factores, entre los cuales podemos encontrar los siguientes:

- Distancia a la que se encuentra el proveedor.
- Materiales de orígenes nacionales o importados (en este caso varía el tiempo debido al papeleo y tiempo en pasar las revisiones correspondientes de aduana).
- Tamaño y movilidad del producto ordenado.

### **2.3.1.6 Punto de Reorden.**

El punto de reorden en un sistema de inventario es aquel en el que el nivel del mismo alcanza cierto nivel establecido por la empresa, ya sea mediante un método establecido o simplemente determinado por el nivel de servicio que se desea brindar, lo ultimo refiriéndose a la presencia de faltantes.

En algunos modelos se hace una revisión continua y en otros una revisión periódica, en los dos casos al alcanzar cierto nivel, el punto de reorden, se debe colocar una orden de compra de materiales, los cuales llegan en un tiempo determinado, durante este tiempo de entrega la demanda del producto seguirá existiendo, por lo que es necesario contar con un buen numero de materiales para satisfacerla, lo que nos lleva al siguiente punto que es el Inventario de Seguridad.



### **2.3.1.7 Inventario de seguridad.**

Citando a Stock y Lambert “si un inventario de seguridad se mantiene en exceso es debido a la incertidumbre de la demanda o del tiempo de entrega. La razón es que una porción del inventario debe de ser asignada a cubrir pequeñas variaciones de la demanda y del tiempo de entrega.” (Stock, James R. y Lambert, Douglas M., Pág. 232)

Debido a que la demanda es variable, difícilmente nos encontraremos con demandas constantes, por este motivo es considerado el inventario de seguridad, ya que como su nombre lo dice, da a la empresa la seguridad o respaldo de poder satisfacer su demanda en caso de experimentar una fuerte subida de la demanda, para de este modo no incurrir en gastos de agotamiento y brindar un buen servicio a los clientes.

## **2.4 Modelos de Inventario.**

En los puntos anteriores habíamos definido lo que es un inventario, control de inventarios y los factores que a los inventarios influyen. De esta manera y teniendo todo claro, veremos algunos de los modelos más usados y comunes dentro de los modelos de inventarios. Sus restricciones, importancia y los supuestos de los cuales parten, para así poder escoger uno y cumplir con los objetivos planteados en el primer capítulo.

Todo modelo de inventarios surge y comienza a partir de dos preguntas simples:

1. ¿Cuándo ordenar?
2. ¿Cuánto se debe ordenar?

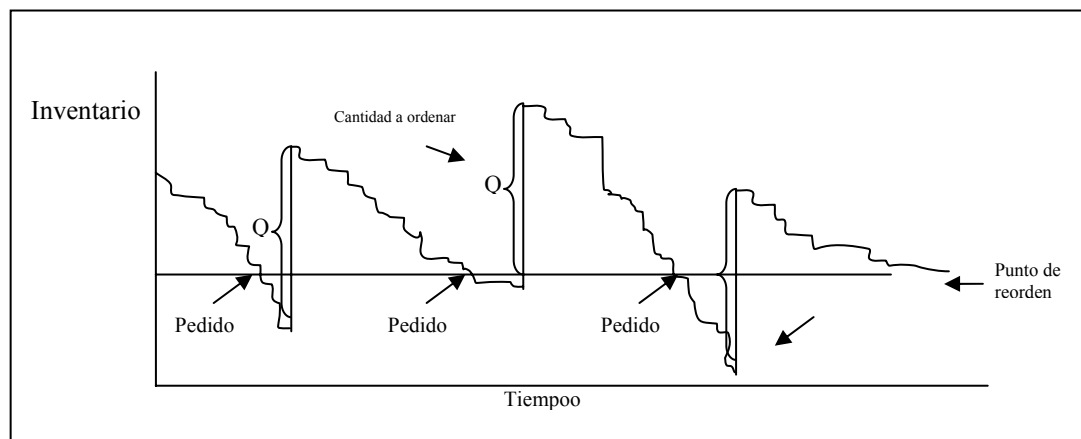
El objetivo de estas preguntas es ayudar a la persona encargada del inventario a poder llevarlo de una forma ordenada y funcional, para esta investigación serán de gran utilidad

debido a que determinaremos el tamaño del lote de materiales a pedir a cada proveedor y cuándo ordenar este lote necesario para abastecer la producción.

Existen dos tipos de modelos de inventario, los Determinísticos y los Probabilísticos; Ambos tipos de Inventario se pueden clasificar en sistemas de revisión continua y sistema de revisión periódica.

En el sistema de revisión continua se tiene un seguimiento del comportamiento de los materiales, ya que como lo dice su nombre, se revisa de manera continua y siempre que el nivel de inventario alcance el punto de reorden se colocará un pedido de tamaño  $Q$ , el cual llegara a reabastecer el nivel del inventario después del tiempo de entrega (Figura 2.1). Este sistema es en el que se enfocara este trabajo.

**Figura 2.1: Sistema de Revisión Continua  
Modelo (Q,r).**



Fuente: Elaboración Propia

En el sistema de revisión periódica se lleva una vigilancia del inventario en un cierto periodo o momento, de esta manera se decidirá en qué momento se debe colocar una orden de compra de materiales, el reordenamiento se hace en puntos específicos de tiempo

### **2.4.1 Modelos Determinísticos.**

Para comenzar con el estudio de estos modelos, es necesario saber que es imposible saber la demanda con exactitud, sin embargo para estos modelos la demanda se considerara constante y conocida, estos modelos son de gran ayuda para poder entender los conceptos de un inventario y así después poder estudiar modelos más complejos como lo son los probabilísticos.

La situación de inventarios mas común que enfrentan los fabricantes, distribuidores y comerciantes es que los niveles de inventarios se reducen con paso del tiempo y después se reabastecen con la llegada de nuevos materiales. Para representar esta situación existe el Modelo de Lote Económico o Modelo EOQ (Economic order Quantity).

#### **2.4.1.1 Modelo de Lote Económico.**

Este modelo supone que los materiales se sacaran de forma continua por unidad de tiempo, es decir la demanda de materiales. Así mismo se supone que al ordenar un lote de Q unidades, se reabastece en un tiempo constante y conocido y llega la orden junta, no por tiempos separados.

Los supuestos se pueden englobar en los siguientes:

1. La demanda se conoce con certidumbre y es constante.
2. Los costos relacionados con el modelo permanecen constantes.
3. La cantidad de pedido por orden es la misma.
4. El pedido se recibe en un tiempo constante y conocido.
5. El inventario se restablece en el momento en que se agota.

6. El proveedor surte las cantidades solicitadas en un solo lote.

7. Se considera un horizonte finito y continuo en el tiempo.

En el Modelo EOQ se presentan únicamente los siguientes costos:

$K$  – Costo por ordenar un lote de  $Q$  unidades.

$C$  – Costo unitario de materiales.

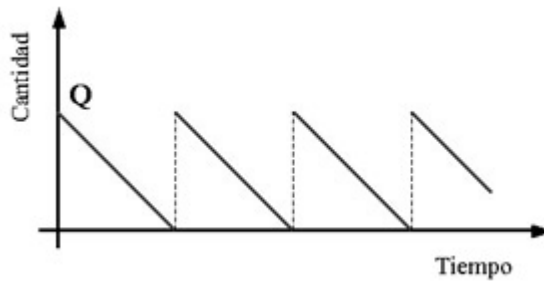
$h$  – Costo de mantener el inventario.

Y siendo  $A$  la demanda anual conocida, se busca minimizar los costos anuales, determinando con que frecuencia se debe pedir y en que cantidad ( $Q$ ). Siendo revisión continua y tiempo de reabastecimiento constante, se puede planear cuando solicitar reabastecer el inventario, para que llegue cuando el nivel baje a cero, minimizando así el costo por mantener el inventario.

La figura 2.2 muestra el comportamiento de este modelo, donde al ordenar  $Q$  unidades en el tiempo cero, se aumenta el inventario y desciende hasta nuevamente alcanzar el nivel mas bajo del inventario lo que lleva a ordenar nuevamente  $Q$  unidades.

El tiempo que transcurre entre ordenar y recibir un lote se llama tiempo de entrega, este tiempo de entrega es constante y conocido, de esta manera con anticipación se sabe en que momento pedir para que al llegar al punto mas bajo se incorpore al inventario. El nivel en que se encuentra el inventario al momento de poner una orden, se conoce como punto de reorden.

**Figura 2.2: Sistema de Revisión Continua.**



Fuente: Internet.

Un ciclo es lo que se conoce como tiempo entre los reabastecimientos consecutivos del inventario (rectas verticales en la figura 2.2), en general la longitud de ciclo es  $\frac{Q}{A}$ , debido a que el nivel promedio del inventario por ciclo es  $\frac{Q}{2}$  unidades y el costo correspondiente es  $\frac{hQ}{2}$  por unidad de tiempo, se tiene que el costo por mantener el inventario por ciclo es:

$$\frac{hQ^2}{2A} \quad (2.1)$$

Por otra parte contamos con que el costo total anual del tiempo T se obtiene a partir del costo de ordenar por ciclo:

$$K + CQ \quad (2.2)$$

Donde como se menciono antes, K es el costo por ordenar, C el costo unitario de materiales y Q el tamaño del lote a pedir.

Por (2.1) y (2.2) obtenemos el costo por ciclo el cual es  $K + CQ + \frac{hQ^2}{2A}$  y finalmente llegamos al costo total anual:

$$T = \frac{K + CQ + \frac{hQ^2}{2A}}{\frac{Q}{A}} = \frac{AK}{Q} + AC + \frac{hQ}{2} \quad (2.3)$$

Dado (2.3), es necesario obtener el valor óptimo de Q que minimiza T, para lograr esto se obtiene la primera derivada igualándola a cero.

$$\frac{\partial T}{\partial Q} = -\frac{AQ}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0 \quad (2.4)$$

Por ultimo resolviendo la ecuación se obtendrá el valor óptimo de Q:

$$Q = \sqrt{\frac{2AK}{h}} \quad (2.5)$$

Siendo Q la cantidad optima a ordenar, conocida también como  $Q_w$  (Q de Willson). Y el tiempo correspondiente por ciclo es  $t = \frac{Q}{A}$ .

Se puede observar que al crecer el costo K, tanto Q y t crecen, Si el costo de mantener h aumenta, Q y t disminuyen, Por el contrario si crece la demanda A, Q aumenta y t disminuye.

#### **2.4.1.2 Modelo de Lote Económico con Faltantes Planeados.**

Como se ha mencionado antes, una realidad en la administración de cualquier sistema de inventarios es la posibilidad de que ocurra un faltante durante el tiempo de entrega y no se pueda hacer frente a un pedido, en otras palabras que la demanda no sea satisfecha porque se ha agotado el inventario.

Se trata de un problema muy común, el cual trae muchas consecuencias, como lo son el tener que tratar con clientes insatisfechos y hacer mas papeleo para preparar registros y programar el cumplimiento de esa demanda en cuanto el reabastecimiento llegue.

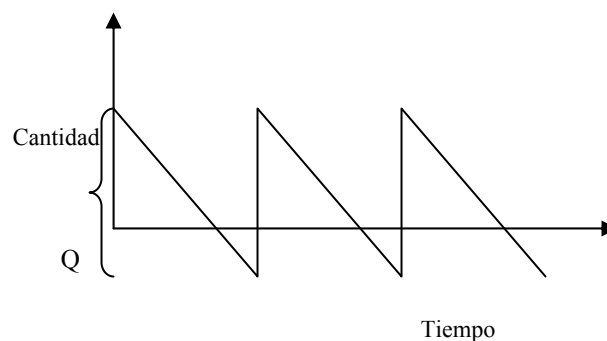
Para que se permita un sistema de este tipo de características, en el que se permiten faltantes, es importante conocer a los clientes y que estén conscientes que puede presentarse un retraso en un lapso de tiempo breve para la recepción de su pedido, hasta que el inventario sea reabastecido.

El caso de permitir faltantes puede ser una buena decisión dentro de una política de inventarios, debido a que si el costo de mantener el inventario fuese demasiado alto en relación con el costo de faltantes, mantener los niveles del inventario bajos, teniendo faltantes periódicamente, sería la mejor opción para mantener bajos los costos.

Dentro de este nuevo modelo únicamente debemos cambiar uno de los supuestos del modelo simple del EOQ por el descrito a continuación: Se permitirán faltantes, cuando esto ocurra las personas afectadas esperan a que el material este disponible para que su demanda sea suministrada de inmediato.

El comportamiento que sigue este modelo tiene la apariencia de la Figura 2.3, donde los picos negativos indican los faltantes permitidos.

**Figura 2.3: Modelo EOQ con faltantes.**



Fuente: Elaboración Propia.

Sea  $p$  – Costo de faltantes por unidad.

$S$  – Faltante en inventario justo antes de recibir un lote de  $Q$  unidades.

$Q-S$  – Nivel de inventario justo después de recibir un lote de  $Q$  unidades.

El costo total esta dado por:

$$T = \frac{K + CQ + \frac{hS^2}{2A} + \frac{p(Q-S)^2}{2A}}{\frac{Q}{A}} \quad (2.6)$$

$$= \frac{AK}{Q} + AC + \frac{hS^2}{2Q} + \frac{p(Q-S)^2}{2Q} \quad (2.7)$$

Lo que compone este costo es lo siguiente, tomando el costo de ordenar como  $K + CQ$  y

desde que el nivel de inventario se mantiene positivo durante un tiempo  $\frac{S}{A}$ , el nivel

promedio del inventario en este tiempo es  $\frac{S}{2}$  materiales siendo su costo asociado  $\frac{hS}{2}$ ,

entonces se obtiene el costo de mantener el inventario como:

$$\frac{hS}{2} \frac{S}{A} = \frac{hS^2}{2A} \quad (2.8)$$

Y de manera análoga se tiene que el costo por faltantes esta definido por:

$$\frac{p(Q-S)^2}{2A} \quad (2.9)$$



Concluyendo con que el costo total T dado por (2.6) y/o (2.7), se obtiene mediante los costos (2.8) y (2.9), una vez que se conoce es el costo total, para los valores óptimos de Q y

S, es necesario establecer sus derivadas parciales  $\frac{\partial T}{\partial S}$  y  $\frac{\partial T}{\partial Q}$  igualándolas a cero.

$$\frac{\partial T}{\partial S} = \frac{hS}{Q} - \frac{p(Q-S)}{Q} = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial Q} = -\frac{AK}{Q^2} - \frac{hS^2}{2Q^2} + \frac{p(Q-S)}{Q} - \frac{p(Q-S)^2}{2Q^2} = 0 \quad (2.11)$$

resolviendo las ecuaciones (2.10) y (2.11) simultáneamente:

$$S = \sqrt{\frac{2AQ}{h}} \sqrt{\frac{p}{p+h}} \quad (2.12)$$

$$Q = \sqrt{\frac{2AK}{h}} \sqrt{\frac{p+h}{p}} \quad (2.13)$$

Los cuales son los valores óptimos para Q y S, y teniendo un faltante máximo de (Q - S).

Haciendo un análisis intuitivo, si  $p \rightarrow \infty$  y h permanece constante, entonces  $(Q-S) \rightarrow 0$

mientras que Q converge a los valores obtenidos en el modelo simple de lote económico.

#### **2.4.2 Modelos Probabilísticos con Revisión Continua.**

En este apartado se estudiara un modelo de inventario en el que como se sabe no se puede predecir con exactitud la demanda por lo que se describe probabilísticamente.

Anteriormente se vieron modelos en los que para el futuro se asumen valores constantes y conocidos en puntos específicos del tiempo, sin embargo al introducir variabilidad en la demanda no se puede determinar  $Q$  de la misma manera que antes, así como determinar en que momento pedir ni el punto de reorden.

Al modelo probabilístico en el que no se conoce la demanda y se presenta revisión continua se le conoce como modelo  $(Q,r)$ .

#### **2.4.2.1 Modelo $(Q,r)$ .**

Al igual que en los modelos de la sección anterior, se supone una revisión continua, por lo que en cualquier momento se conoce el nivel en el que se encuentra el inventario. Las decisiones importantes para este modelo se refieren a encontrar la cantidad a pedir óptima  $Q^*$  y el punto de reorden óptimo  $r^*$  para un material específico. Los cuales se encuentran minimizando el costo total anual esperado.

Se consideran los siguientes supuestos:

El costo unitario por material ( $c$ ) es constante e independiente de  $Q$ .

El costo por faltantes por unidad ( $\pi$ ).

El costo por preparar y procesar el pedido es independiente de  $Q$  y  $r$ .

El punto de reorden ( $r$ ) es siempre positivo.

Este último supuesto es considerado en la práctica como verdadero, ya que no se espera a tener faltantes antes de hacer un pedido de  $Q$  unidades, por lo tanto no habrá faltantes al momento de pedir cuando se alcanza el punto de reorden  $r$ .

Siendo  $f(x;t)dx$  la probabilidad de que la demanda este entre  $x$  y  $x+dx$ , tenemos la media de la demanda anual como  $\lambda$ . y siendo  $A$  el costo por ordenar, el costo esperado anual por ordenar es  $\frac{\lambda A}{Q}$ .

El costo por mantener el inventario esta dado por  $I$ , siendo el valor esperado por mantener el inventario  $IC$  por el número de unidades en el inventario.

Como el punto de reorden es  $r$  y si al colocar una orden se requiere de un tiempo  $t$  para que llegue y si  $x$  unidades son demandadas en este tiempo el inventario será  $\xi(x, r) = r - x$  al momento en que la orden llegue y el valor esperado del inventario para  $x$  durante el tiempo  $t$  es:

$$\int_0^{\infty} \xi(x, r) f(x; t) dx = \int_0^{\infty} (r - x) f(x; t) dx \quad (2.14)$$

Si el tiempo de entrega es constante, (2.14) es el inventario de seguridad. En caso de que el tiempo de entrega fuera aleatorio, el valor esperado seria:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \xi(x, r) f(x; t) g(t) dx dt = \int_0^{\infty} (r - x) h(x) dx \quad (2.15)$$

donde

$$h(x) = \int_0^{\infty} f(x; t) g(t) dt \quad (2.16)$$

es la distribución marginal de la demanda durante el tiempo de entrega y  $g(t)dt$  es la probabilidad de que el tiempo de entrega este entre  $t$  y  $t+dt$ . Entonces se puede reescribir como:

$$\int_0^{\infty} (r-x)h(x)dx = r - \mu \quad (2.17)$$

siendo  $\mu$  el valor esperado de la demanda durante el tiempo de entrega

$$\mu = \int_0^{\infty} xh(x)dx \quad (2.18)$$

y donde  $h(x) = f(x;t)$  si el tiempo de entrega es constante en  $t$  o  $h(x)$  estaría dada por 2.16 cuando el tiempo de entrega es variable con función de densidad  $g(t)$ . Por lo tanto el costo

esperado por mantener el inventario es  $IC \left[ \left( \frac{Q}{2} \right) + r - \mu \right]$ .

Ahora se evaluara el valor esperado del costo por faltantes, el numero promedio de faltantes por año es simplemente el valor esperado de faltantes por ciclo, por el numero de ciclos al año,  $\frac{\lambda}{Q}$ . Y el número de órdenes pendientes  $\eta(x, r)$  en un ciclo es simplemente

el número de ordenes pendientes al momento en que llega una orden. Si el tiempo de entrega es  $x$ , el número de órdenes pendientes es:

$$\eta(x, r) = \begin{cases} 0 & \text{si } x - r < 0 \\ x - r & \text{si } x - r > 0 \end{cases}$$

Entonces el número esperado de faltantes por ciclo es:

$$\begin{aligned}\bar{\eta}(r) &= \int_0^{\infty} \eta(x; r) h(x) dx = \int_r^{\infty} (x - r) h(x) dx \\ &= \int_r^{\infty} x h(x) dx - r H(r)\end{aligned}\quad (2.19)$$

Por lo tanto el costo promedio anual por faltantes es  $\frac{\pi\lambda}{Q} \left[ \int_r^{\infty} x h(x) dx - r H(r) \right]$ .

Todos los aspectos del costo total han sido encontrados, por lo que el costo total  $K$  es:

$$K = \frac{\lambda}{Q} A + IC \left[ \frac{Q}{2} + r - \mu \right] + \frac{\pi\lambda}{Q} \left[ \int_r^{\infty} x h(x) dx - r H(r) \right] \quad (2.20)$$

ya que es importante por los supuestos, incluir los costos unitarios y el costo por faltantes.

A continuación se desea encontrar los valores para  $Q$  y  $r$  que minimicen  $K$  (2.20),

obteniendo nuevamente como en el modelo anterior, las primeras derivadas parciales,  $\frac{\partial K}{\partial Q}$

y  $\frac{\partial K}{\partial r}$ .

$$\frac{\partial K}{\partial Q} = -\frac{\lambda A}{Q^2} + \frac{IC}{2} - \frac{\pi\lambda}{Q^2} \bar{\eta}(r) = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial K}{\partial r} = IC + \frac{\pi\lambda}{Q} [-rh(r) + rh(r) - H(r)] = 0 \quad (2.22)$$

Teniendo ahora estas dos ecuaciones, se resuelven simultáneamente para Q y r, reescribiendo (2.21) y (2.22) como:

$$Q = \sqrt{\frac{2\lambda[A + \pi\bar{\eta}(r)]}{IC}} \quad (2.23)$$

$$H(r) = \frac{QIC}{\pi\lambda} \quad (2.24)$$

Recordando que  $\bar{\eta}(r)$  esta dado por (2.19). Teniendo como encontrar valores para Q y r, se desea calcular un valor para el costo K; Si asumimos que h(x) tiene una distribución Normal con media  $\mu$  (valor esperado de la demanda durante el tiempo de entrega) y desviación estándar  $\sigma$ ,  $n(x;\mu,\sigma)$  tenemos:

$$\int_r^{\infty} xh(x)dx = \int_r^{\infty} xn(x;\mu,\sigma)dx = \int_r^{\infty} \frac{x}{\sigma} \phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)dx \quad (2.25)$$

$$= \sigma \int_{(r-\mu)/\sigma}^{\infty} v\phi(v)dv + \mu \int_{(r-\mu)/\sigma}^{\infty} \phi(v)dv \quad (2.26)$$

$$= \sigma\phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right) + \mu\Phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right)$$

La cual fácilmente se puede calcular mediante tablas de Normalidad (ANEXO B), siendo

$\sigma\phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right)$  la función de densidad de la distribución normal y  $\mu\Phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right)$  la probabilidad

de faltantes.

Finalmente el valor de K esta dado por la siguiente expresión:

$$K = \frac{\lambda}{Q} A + IC \left( \frac{Q}{2} + r - \mu \right) + \frac{\pi\lambda}{Q} \left[ (\mu - r) \Phi \left( \frac{r - \mu}{\sigma} \right) + \sigma \phi \left( \frac{r - \mu}{\sigma} \right) \right] \quad (2.27)$$

## 2.5 Clasificación ABC.

En un inventario de materias primas se encuentran todos los materiales y componentes que forman el producto final, es una gran variedad de artículos, algunos más usados que otros, unos con mayor representación monetaria o simplemente mas importantes. Por esto se debe tener claro cuáles representan mayor porcentaje dentro del costo de un inventario, por lo que se deben clasificar. El objetivo de la clasificación ABC es diferenciar los materiales que más se usan y más cuestan de los que no, ya que estos representan la mayor inversión del almacén.

Es un método para agrupar artículos en 3 clases respecto al valor total monetario, con el fin de identificar aquellos artículos que tienen el mayor impacto sobre los costos de inventarios. Permite identificar cuáles de los diversos artículos son los mas importantes; según los costos involucrados.

### 2.5.1 Clasificación A.

Representan la mayor proporción del valor total global monetario. Son los materiales que equivalen al 80% del valor del almacén, ya sea porque son más costosos o porque su utilización es mayor en un determinado periodo de tiempo. Además que por su importancia

es necesario mantener un estricto control sobre ellos para así poder satisfacer adecuadamente las necesidades del área de producción.

### 2.5.2 Clasificación B.

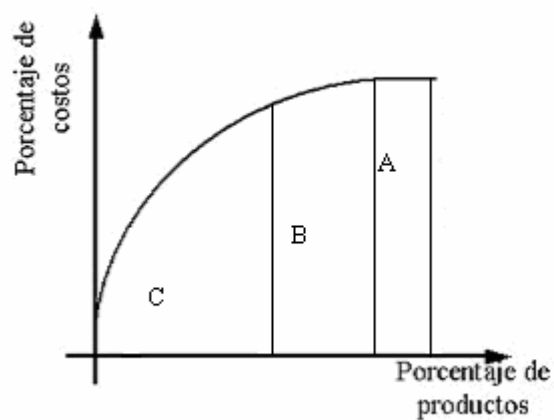
Son la mayoría de los materiales; cuyo valor total monetario resulta pequeño comparado con los de la clase A, y a su vez su valor del inventario puede llegar a ser un poco mayor a los materiales de la clasificación C. El inventario de estos artículos, no necesita mayor cuidado; debe haber control sobre ellos, aunque no muy estricto.

### 2.5.3 Clasificación C.

Son los materiales menos costosos o en su defecto los que son utilizados en menor proporción. Representan muchas veces el mínimo porcentaje del valor total del almacén, no es necesario llevar un control estricto sobre ellos.

La clasificación ABC se comporta de la siguiente manera (Ver Figura F):

**Figura 2.4: Clasificación ABC.**



Fuente: Internet.



