

## CAPÍTULO IV. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

La información recabada en los capítulos anteriores servirá de base para la realización del presente capítulo. A continuación se procederá a escribir la metodología y a describir el software que se utilizó para la interpretación de los datos, la definición de las variables, el análisis de las mismas, y los resultados que se obtuvieron.

### IV.1 Definición de las variables

Los datos que se utilizarán para la realización de esta investigación, fueron obtenidos de una Institución de Seguros Anónima y se pueden observar en el Anexo D. Dichos datos tienen una periodicidad trimestral y están conformados por los meses de Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre de los años 2005 al 2008, para su análisis se conformaron 8 variables descritas a continuación:

➤ Primas emitidas

Monto total de primas netas correspondientes a pólizas y endosos expendidos a los asegurados durante un periodo determinado.

➤ Primas cedidas

Son las primas transferidas a los reasegurados por concepto de la aceptación de los riesgos que exceden la capacidad de la compañía.

➤ Primas retenidas

Corresponden a la porción de los riesgos que una compañía conserva por cuenta propia.

➤ Incremento neto de la reserva de riesgos en curso

Es la variación de la reserva de riesgos que aún se encuentran en vigor.

➤ Primas retenidas devengadas

Equivale al monto devengado en un periodo de que se trate de las primas emitidas retenidas de pólizas que se encuentren en vigor al cierre de un periodo.

➤ Costo neto de adquisición

Es el monto que le cuesta a la compañía adquirir las primas.

➤ Costo neto de siniestralidad

Es el monto de las reclamaciones que se han hecho a la compañía de seguros por concepto de siniestros.

➤ Utilidad o pérdida técnica

Es la medida de un excedente entre los ingresos y los costos expresados en alguna unidad monetaria.

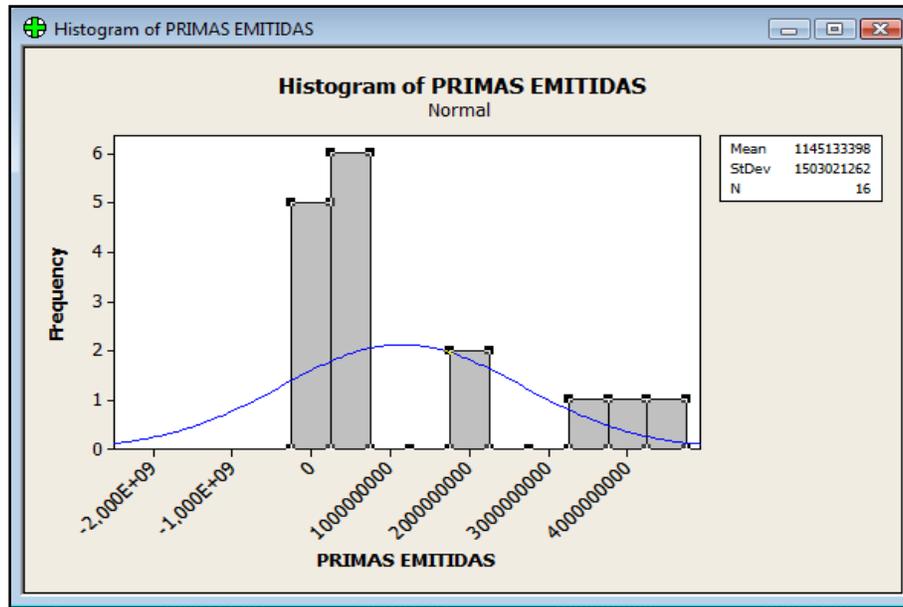
## **IV.2 Análisis de las variables**

Para poder empezar con el análisis de las variables se graficaron los histogramas de cada una de las variables en MINITAB 14.

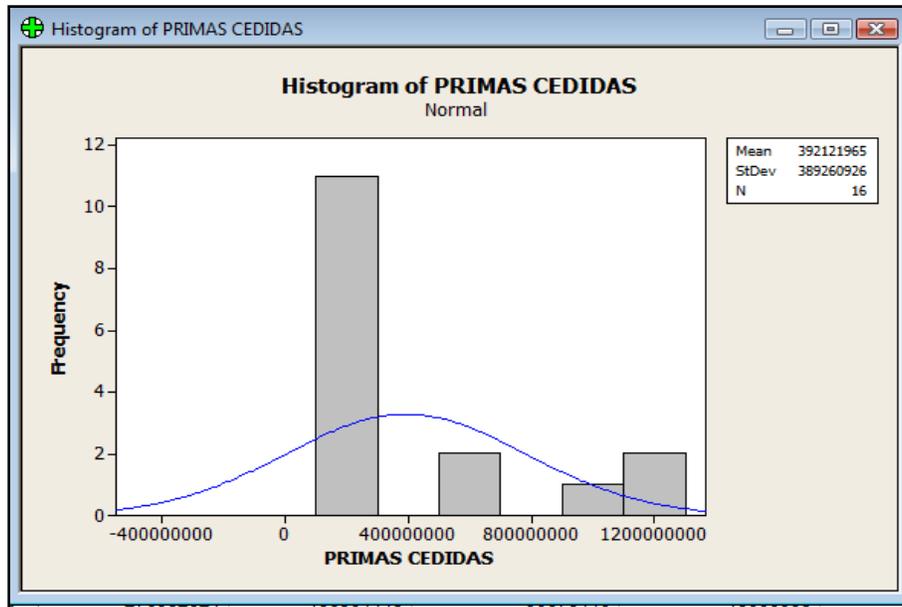
MINITAB 14 es un programa computacional de tipo estadístico, de fácil uso, flexible y bastante poderoso, este programa estadístico ha sido diseñado para trabajar con archivos de datos de tamaño moderado los cuales pueden ser almacenados en la memoria principal, específicamente MINITAB 14 es un conjunto de programas diseñado para ejecutar distintos procedimientos estadísticos, tales como, construir tablas y gráficos, calcula medidas de tendencia central y de dispersión, tomar decisiones en base a la información dada por una o

dos muestras, medir la correlación entre variables, efectuar análisis de regresiones lineales, hacer análisis con series de tiempo, presentar algunas distribuciones de probabilidad, etc.

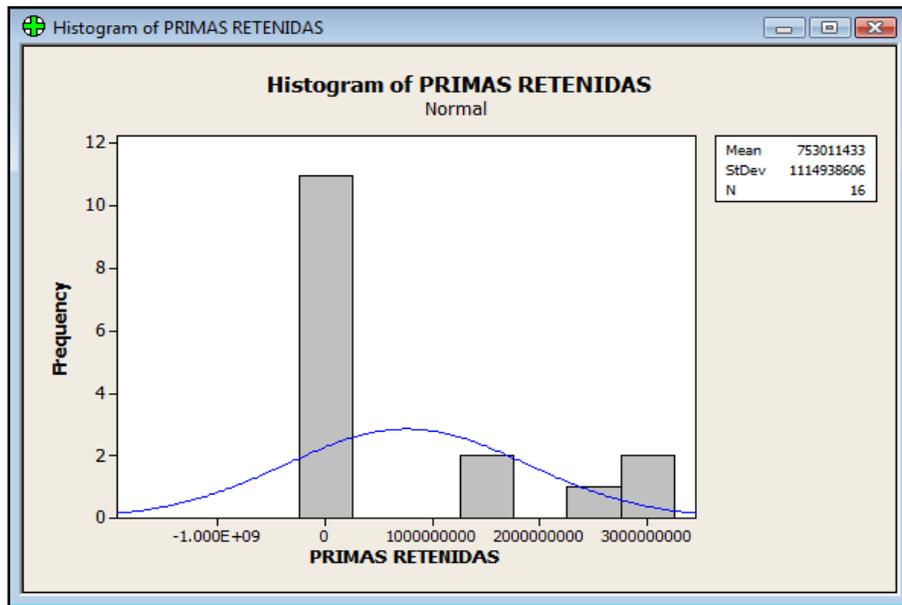
Las gráficas de los datos quedaron de la siguiente manera:



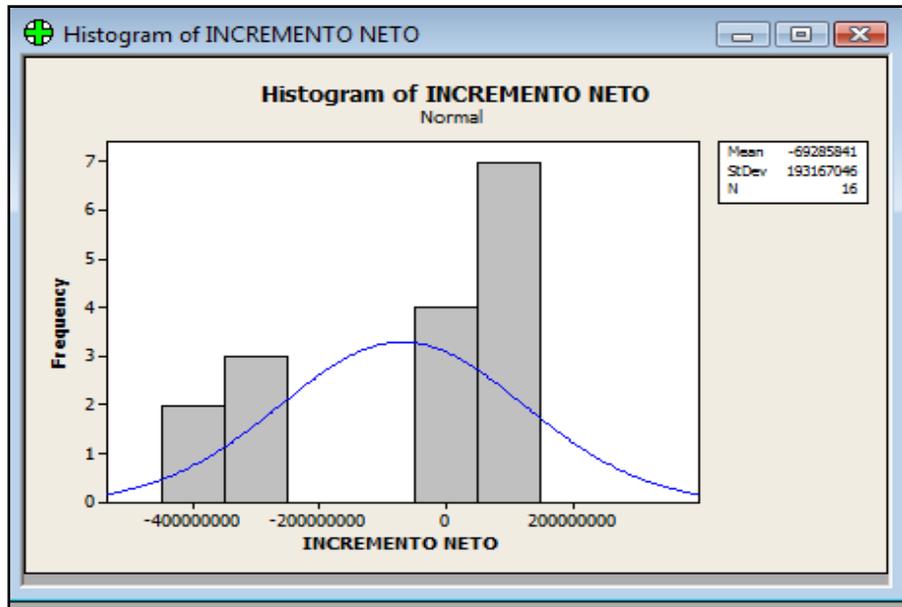
**Figura IV.1** Histograma Primas Emitidas  
*FUENTE: MINITAB 14*



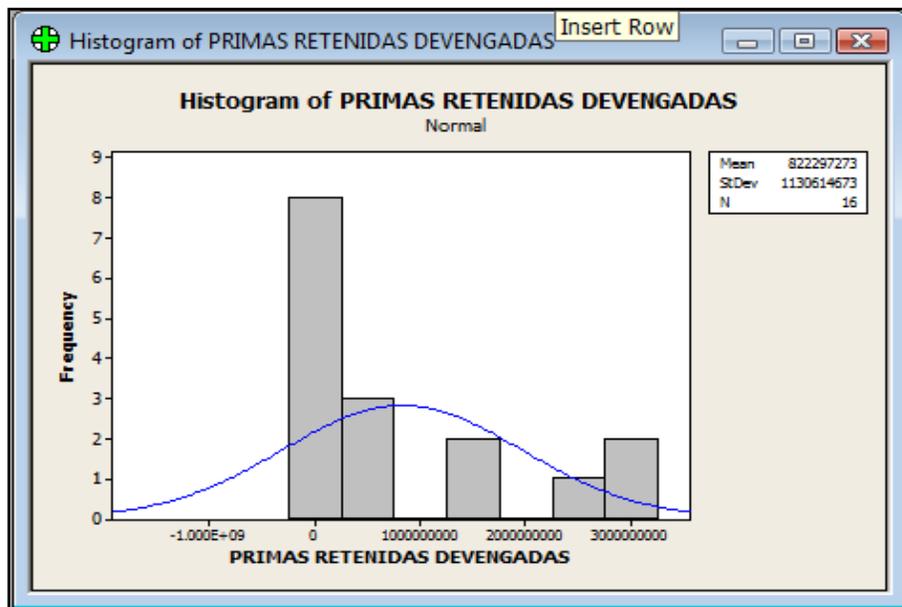
**Figura IV.2** Histograma Primas Cedidas  
*FUENTE: MINITAB 14*



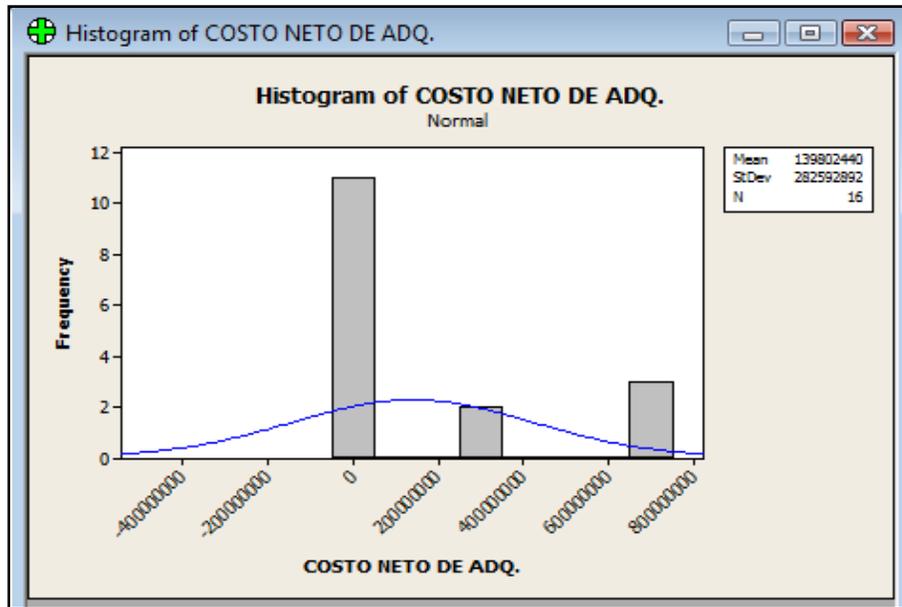
**Figura IV.3** Histograma Primas Retenidas  
*FUENTE: MINITAB 14*



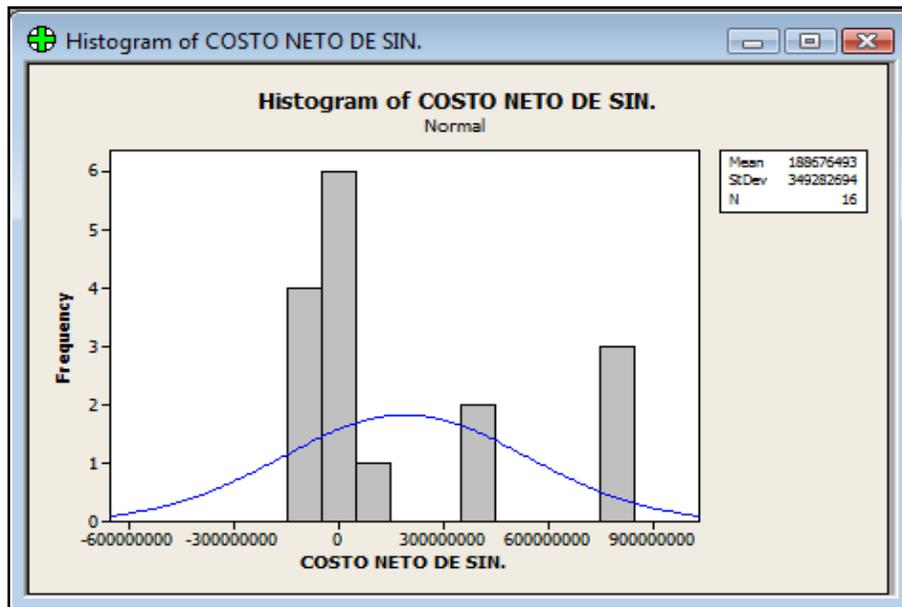
**Figura IV.4** Histograma Incremento Neto  
*FUENTE: MINITAB 14*



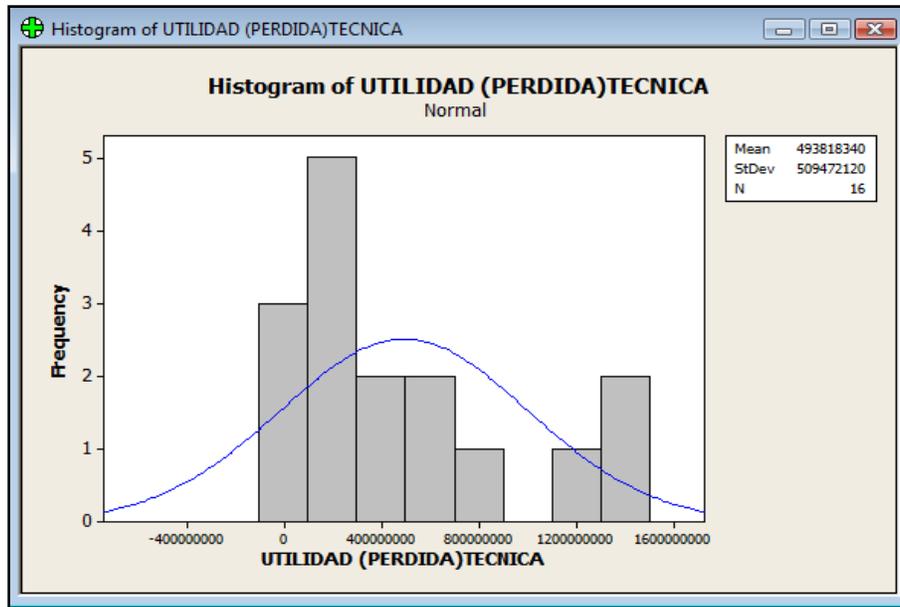
**Figura IV.5** Histograma Primas Retenidas Devengadas  
*FUENTE: MINITAB 14*



**Figura IV.6** Costo Neto de Adquisición  
*FUENTE: MINITAB 14*



**Figura IV.7** Costo Neto de Siniestralidad  
*FUENTE: MINITAB 14*



**Figura IV.8** Utilidad o Pérdida Técnica  
*FUENTE: MINITAB 14*

Con las gráficas nos pudimos dar cuenta que los datos no se ajustan a una distribución normal, ya que MINITAB realiza los histogramas con dicha distribución, para poder identificar la distribución que más se adecúa a los datos realizaremos una prueba de bondad de ajuste.

### IV.3 Pruebas de Bondad Ajuste

Las pruebas de bondad de ajuste son pruebas estadísticas usadas para evaluar formalmente si las observaciones  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  son muestras independientes de una distribución en particular  $\hat{F}$ .

Una prueba de bondad de ajuste puede ser usada para probar la siguiente hipótesis nula:

$H_0$ : Las  $X_{i's}$  son v.a.i.i.d con función de distribución  $\hat{F}_x$

En donde:

**v.a.i.i.d:** Variable aleatoria independiente idénticamente distribuida

#### IV.3.1 Prueba Anderson-Darling<sup>1</sup>

La prueba de bondad de ajuste que se ocupó es conocida como Anderson Darling, esta prueba tiene como propósito corroborar si una muestra de variables aleatorias proviene de una población con una distribución de probabilidad específica. El procedimiento para realizar la prueba es el siguiente:

1. Obtener  $n$  datos de la variable aleatoria a analizar.
2. Calcular la media y la varianza de los datos.
3. Organizar los datos en forma ascendente:  $Y_i \quad i= 1,2,\dots,n$
4. Ordenar los datos en forma descendente:  $Y_{n+1-i} \quad i= 1,2,\dots,n$
5. Establecer explícitamente la hipótesis nula, proponiendo una distribución de probabilidad.
6. Calcular la probabilidad esperada acumulada para cada número  $Y_i$  ,  $F(Y_i)$ , y la probabilidad esperada acumulada para cada número,  $F(Y_{n+1-i})$ , a partir de la función de probabilidad propuesta.
7. Calcular el estadístico de prueba:

---

<sup>1</sup> Extraído de R20

$$A_n^2 = - \left[ n + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln F(Y_i) + \ln(1 - F(Y_{n+1-i}))] \right]$$

8. Ajustar el estadístico de prueba de acuerdo con la distribución de probabilidad propuesta.
9. Definir el nivel de significancia de la prueba  $\alpha$ , y determinar su valor crítico,  $a_{\alpha,n}$ .
10. Comparar el estadístico de prueba con el valor crítico. Si el estadístico de prueba es menor que el valor crítico no se puede rechazar la hipótesis nula.

Los resultados que nos arrojó dicha prueba se pueden observar en la Tabla V.1 del Capítulo 5. La principal desventaja de la Prueba Anderson-Darling es que hay que calcular los valores críticos para cada distribución, y en la actualidad solo se cuentan con tablas de valores críticos para las distribuciones Normal, Lognormal, Exponencial, Log-logística y de Weibull. Dicha tabla se muestra en el Anexo E.

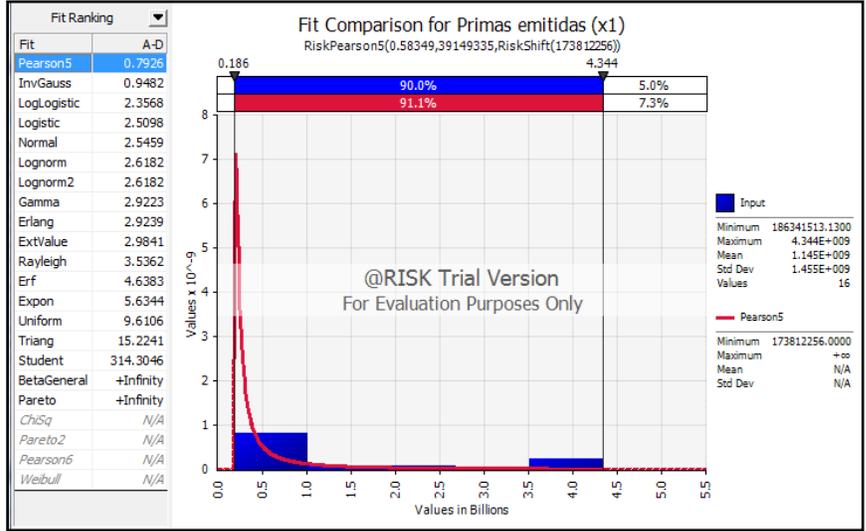
#### **IV.3.2 @Risk**

Debido a que al realizar el cálculo de los estadísticos ninguna de las distribuciones se aceptaba, se recurrió a @Risk para la obtención de la mejor distribución.

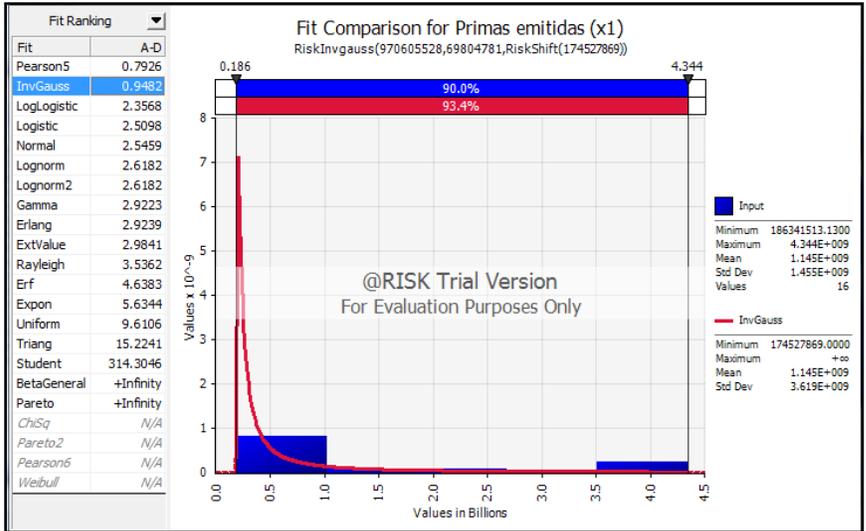
@Risk es un complemento para Microsoft Excel, utiliza una técnica denominada simulación Monte Carlo para mostrar todos los resultados posibles, además proporciona una amplia variedad de gráficos para interpretar y presentar sus resultados a los demás, los histogramas y las curvas acumulativas muestran la probabilidad de que se produzcan

diferentes resultados, una ventaja más del @Risk es que ofrece un informe estadístico completo de sus simulaciones así como acceso a todos los datos generados.

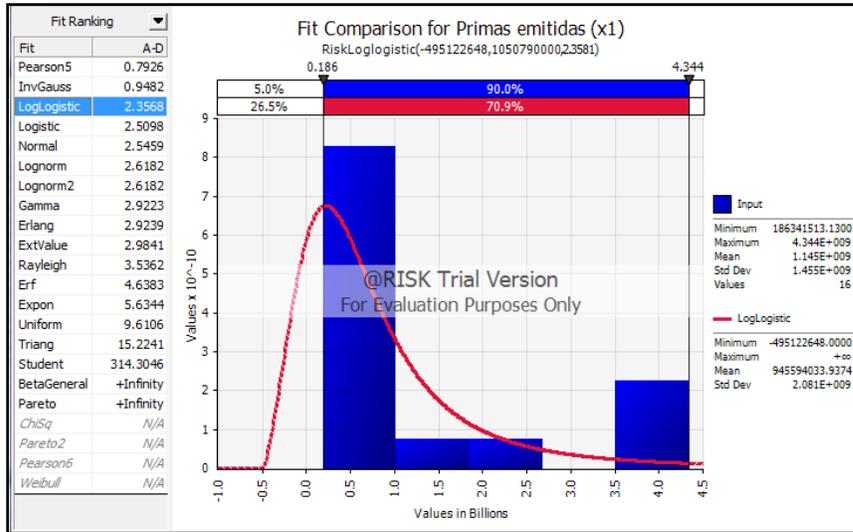
Los resultados obtenidos al introducir los datos en @Risk se presentan en las gráficas siguientes, en ellas se pueden observar 4 gráficas por cada una de las variables, esto con el fin de determinar cuál es la mejor distribución que se ajusta a nuestros datos, las barras azules representan el histograma de los datos, mientras que la roja representa la distribución, además se puede observar el resultado del estadístico Anderson-Darling para cada distribución.



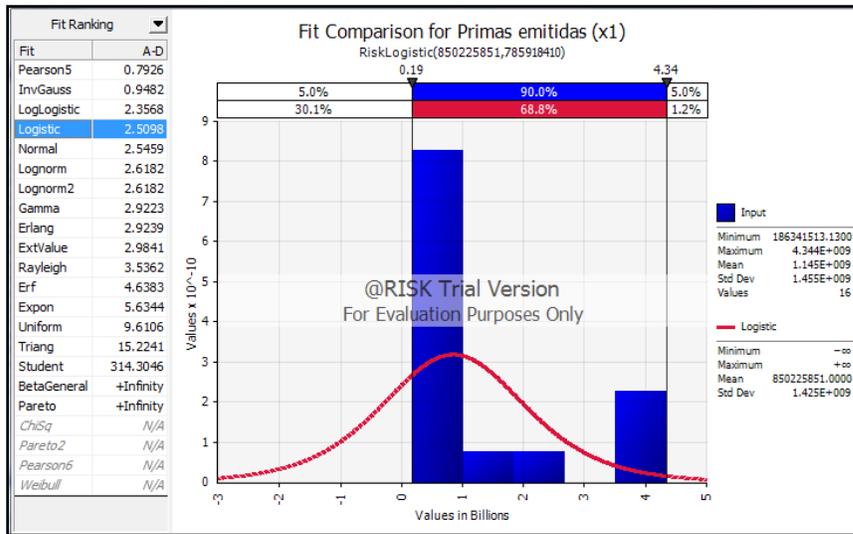
a)



b)

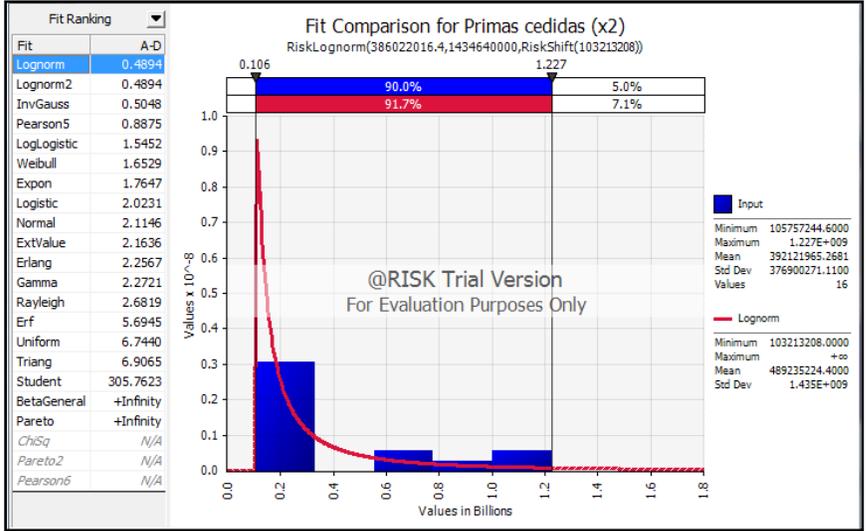


c)

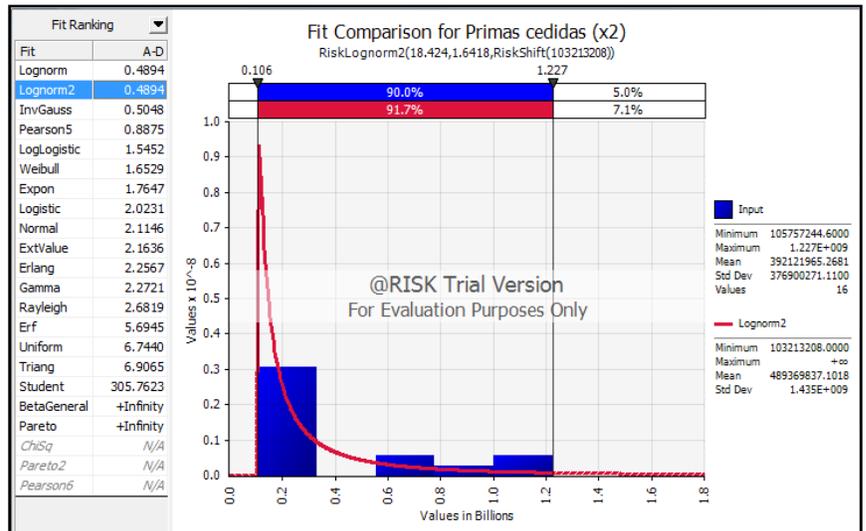


d)

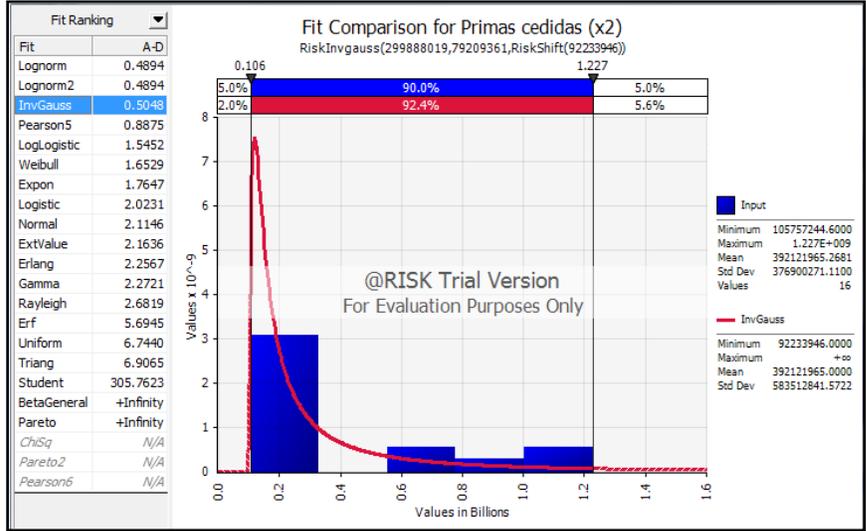
**Figura IV.9** Resultados @Risk Primas Emitidas  
*FUENTE: @RISK*



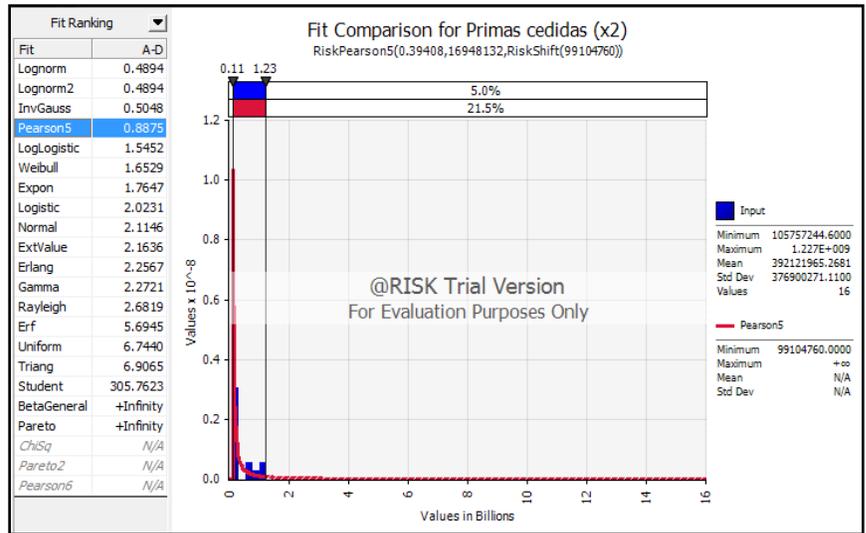
a)



b)

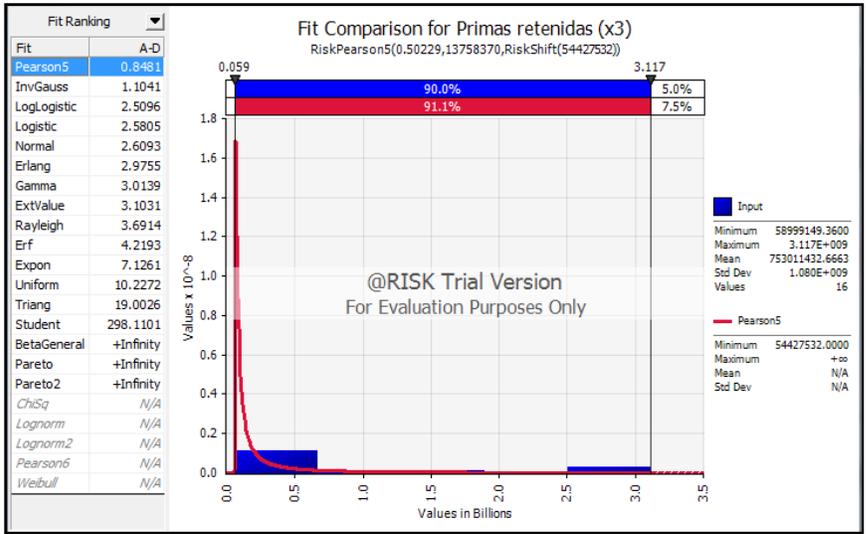


c)

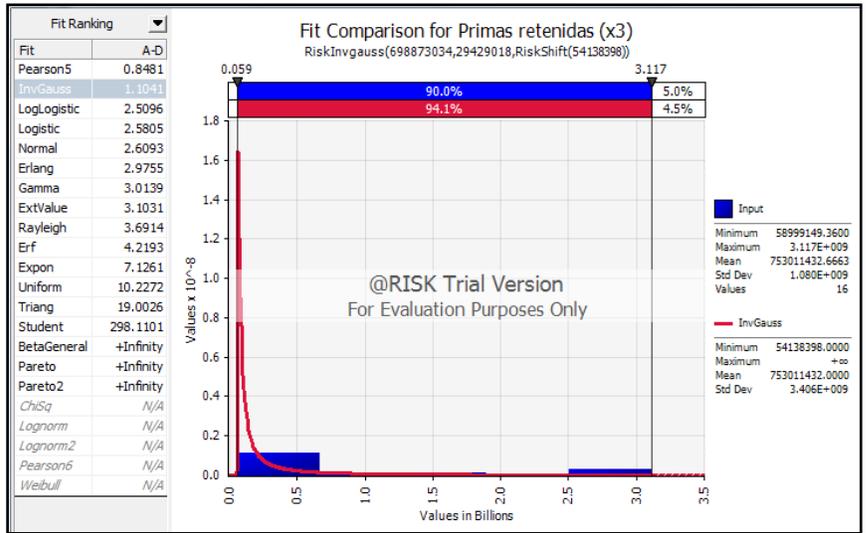


d)

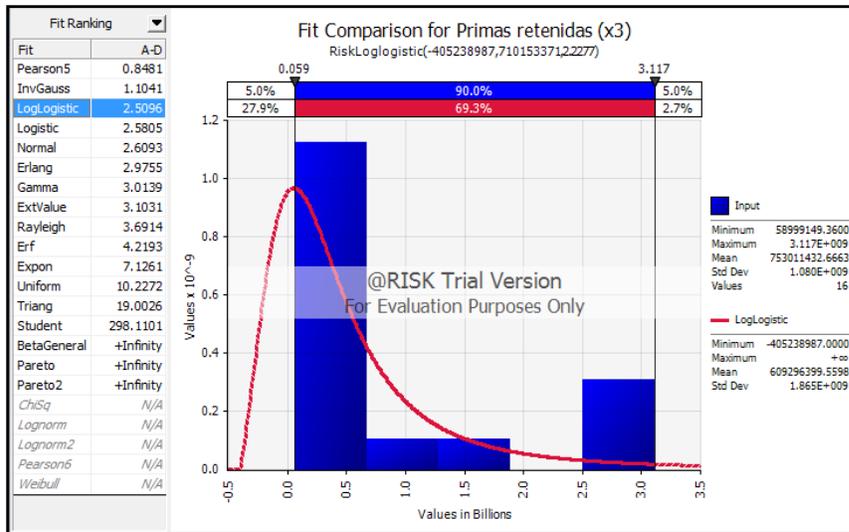
Figura IV.11 Resultados @Risk Primas Cedidas  
FUENTE: @RISK



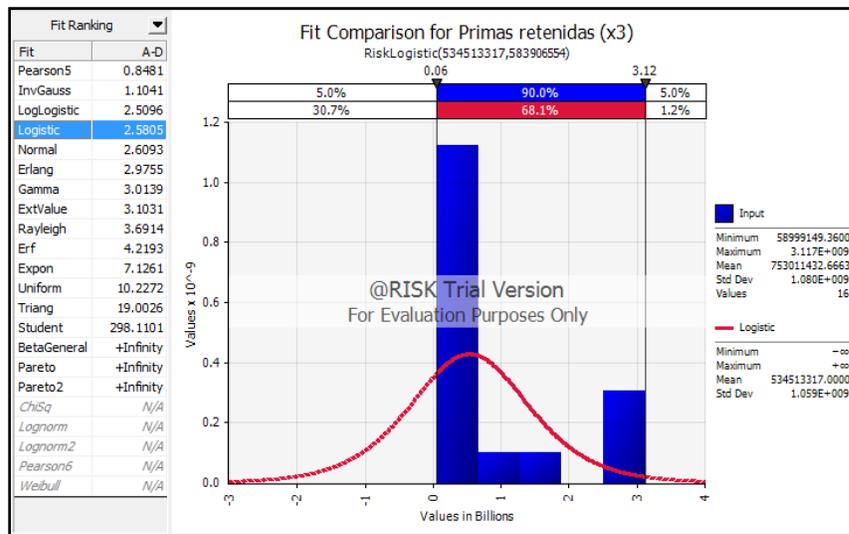
a)



b)

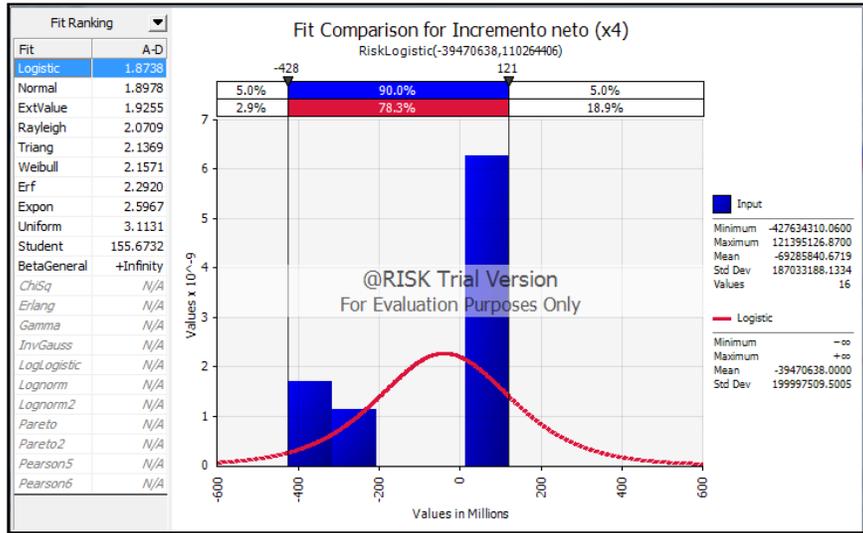


c)

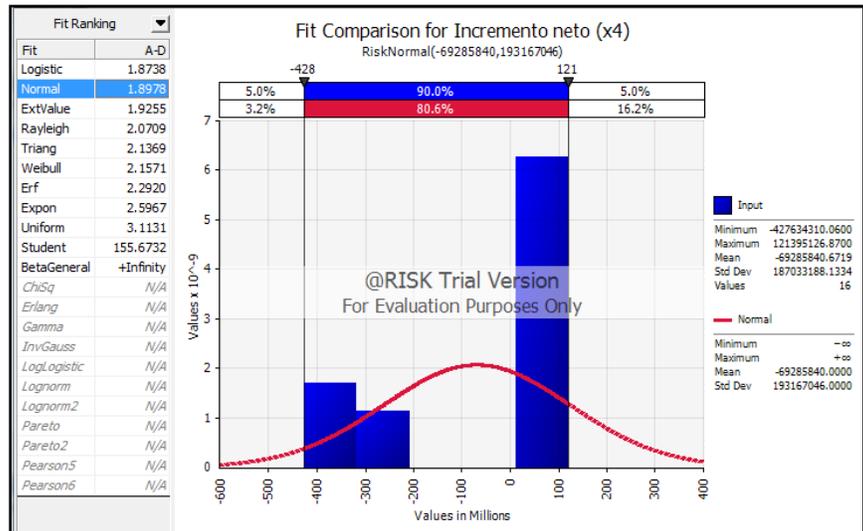


d)

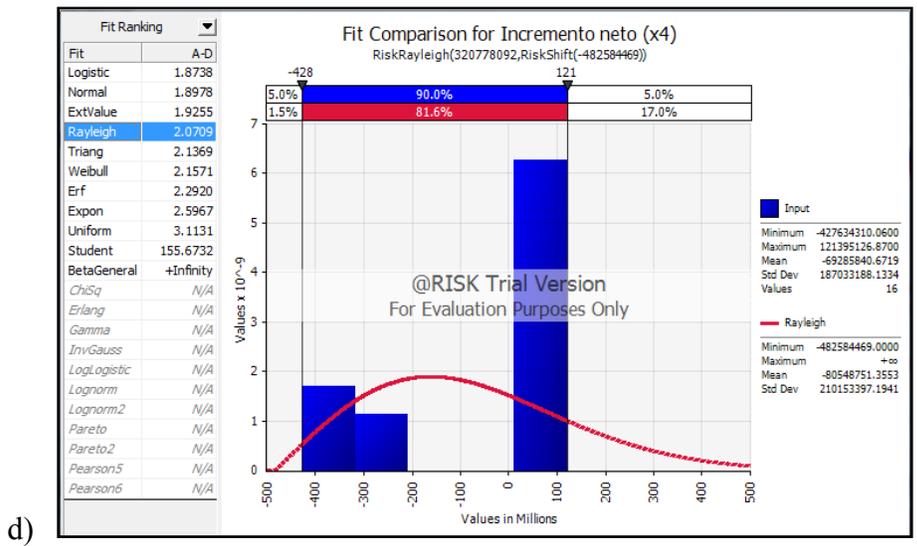
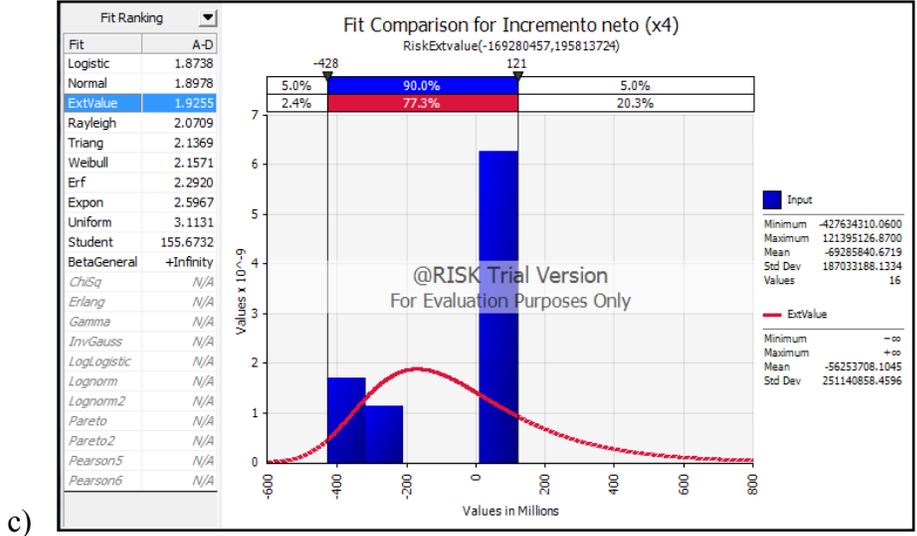
**Figura IV.12** Resultados @Risk Primas Retenidas  
**FUENTE:** @RISK



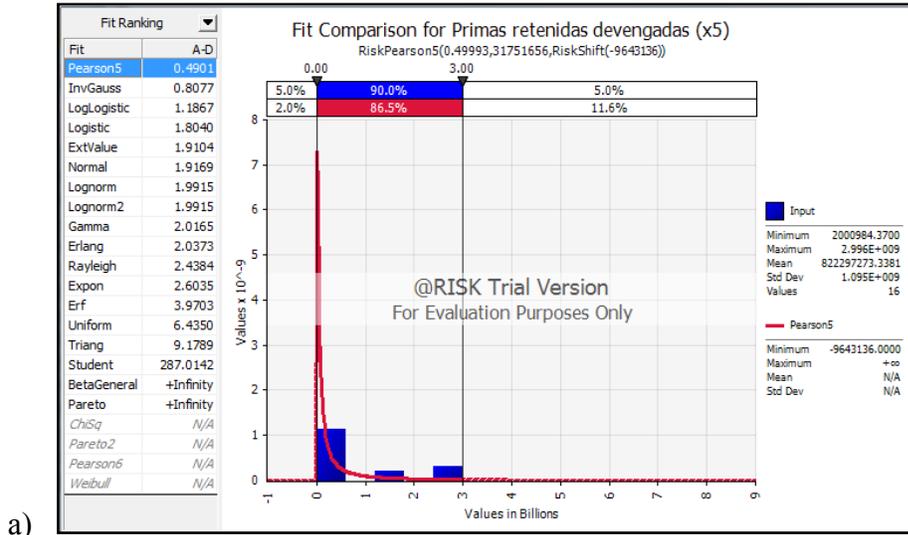
a)



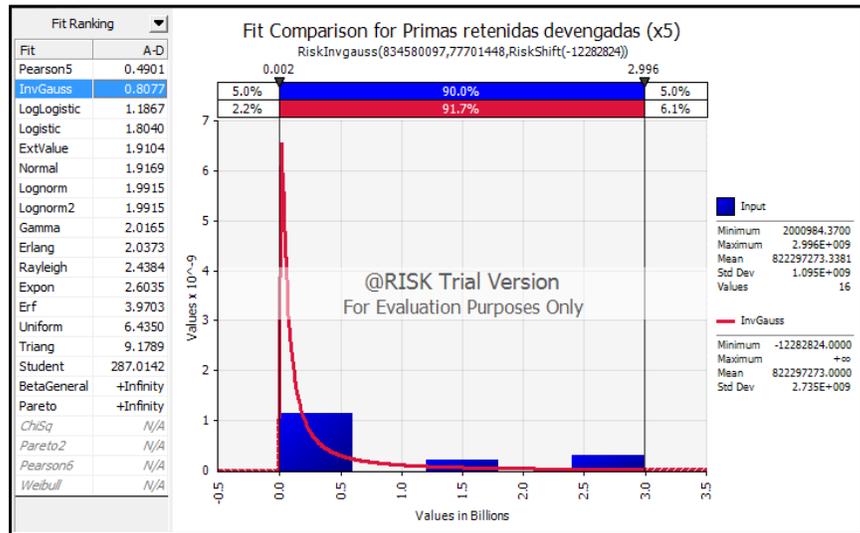
b)



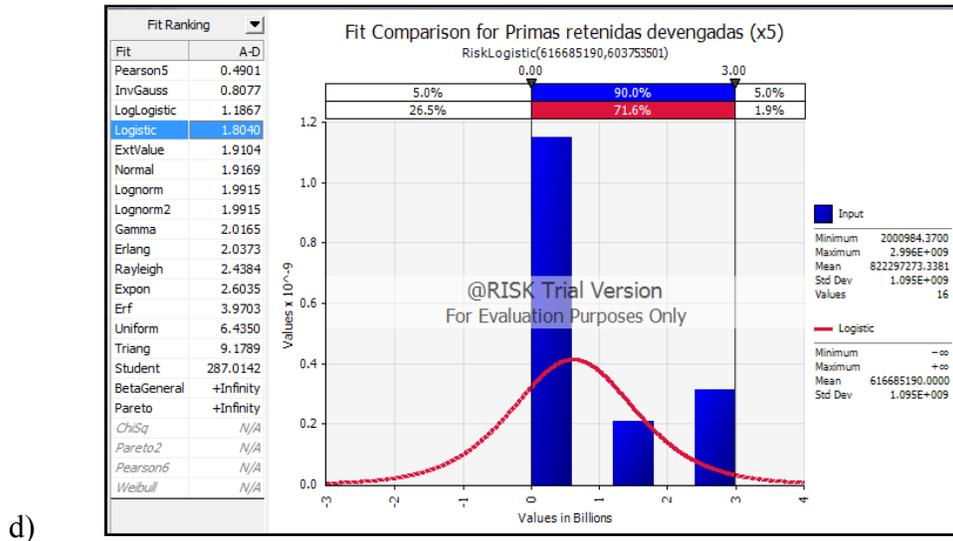
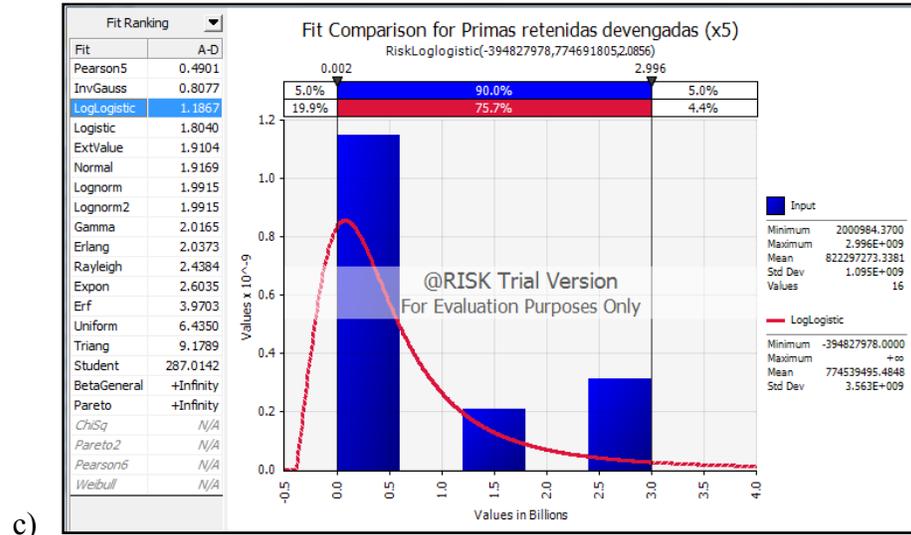
**Figura IV.13** Resultados @Risk Incremento Neto  
*FUENTE: @RISK*



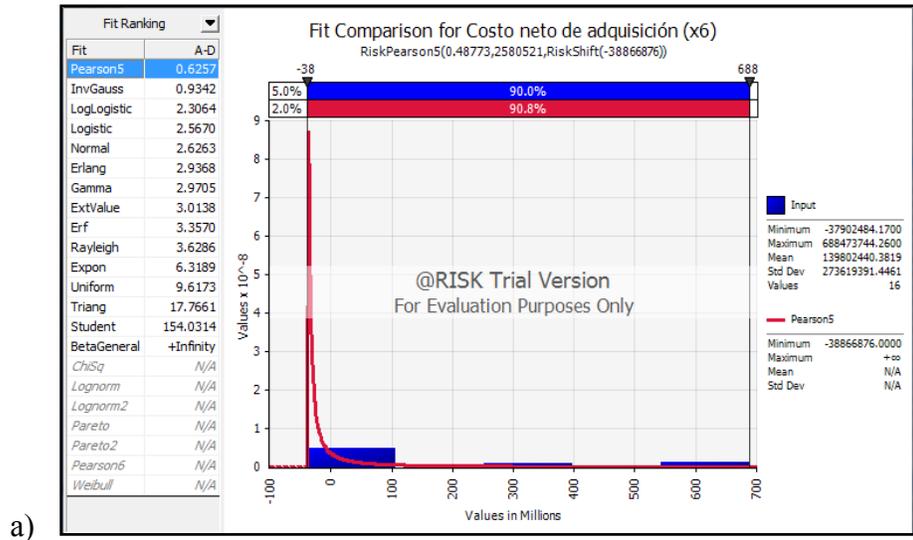
a)



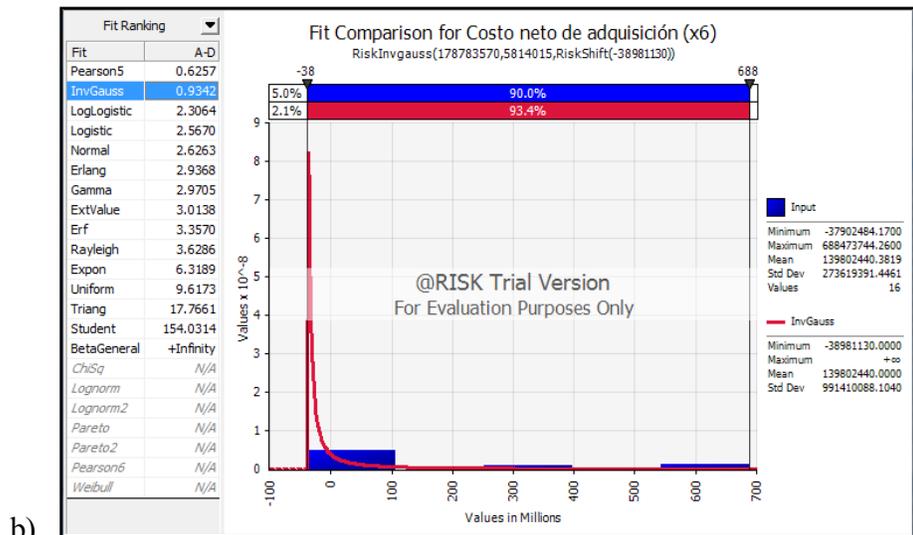
b)



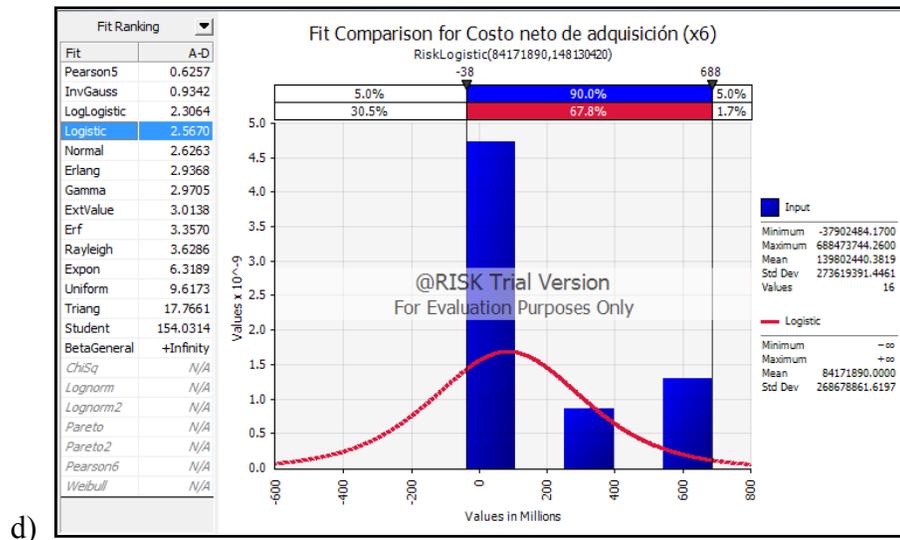
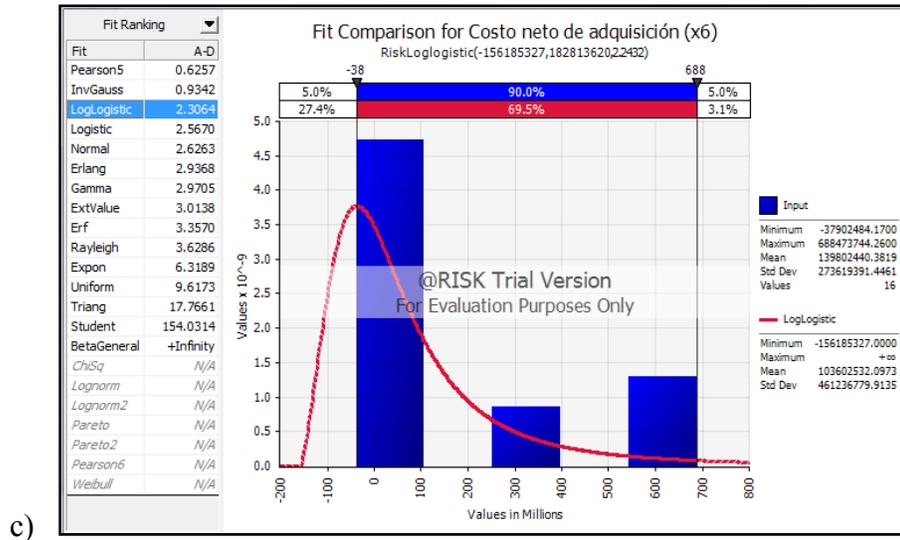
**Figura IV.14** Resultados @Risk Primas Retenidas Devengadas  
FUENTE: @RISK



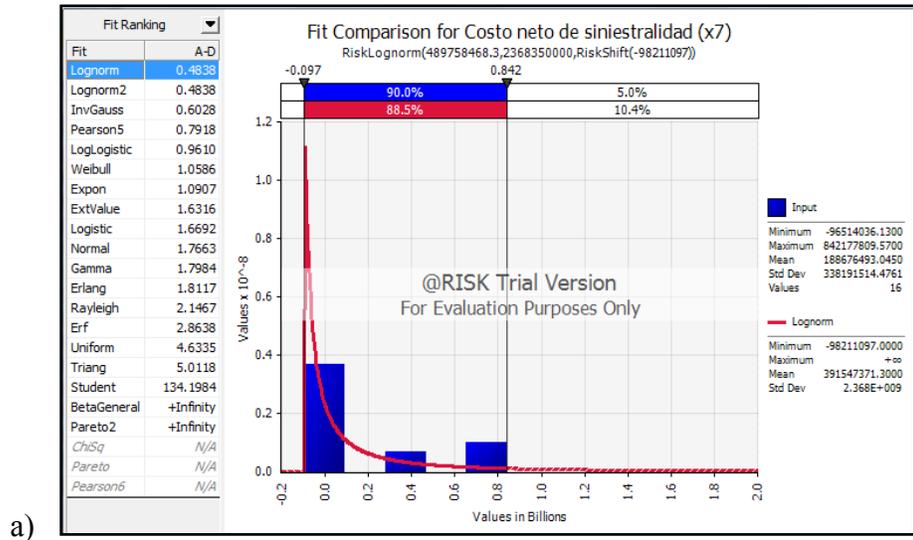
a)



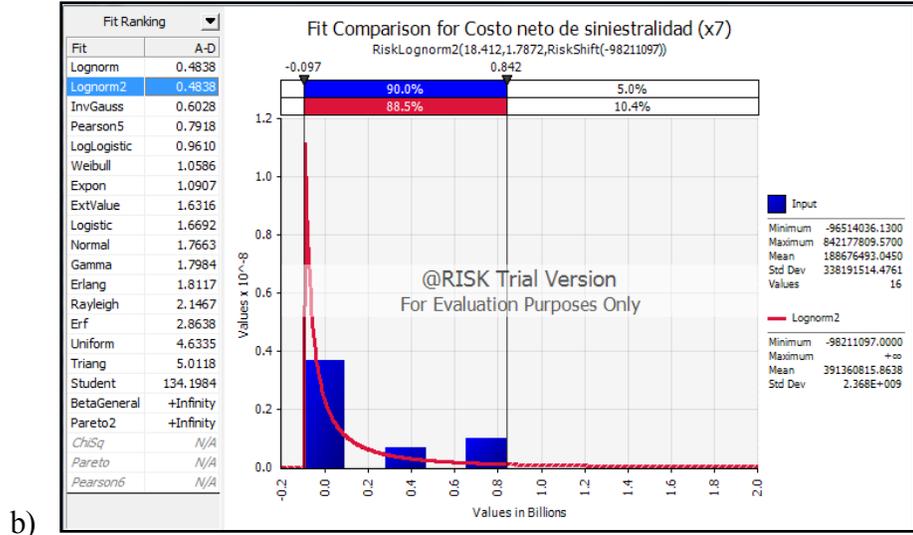
b)



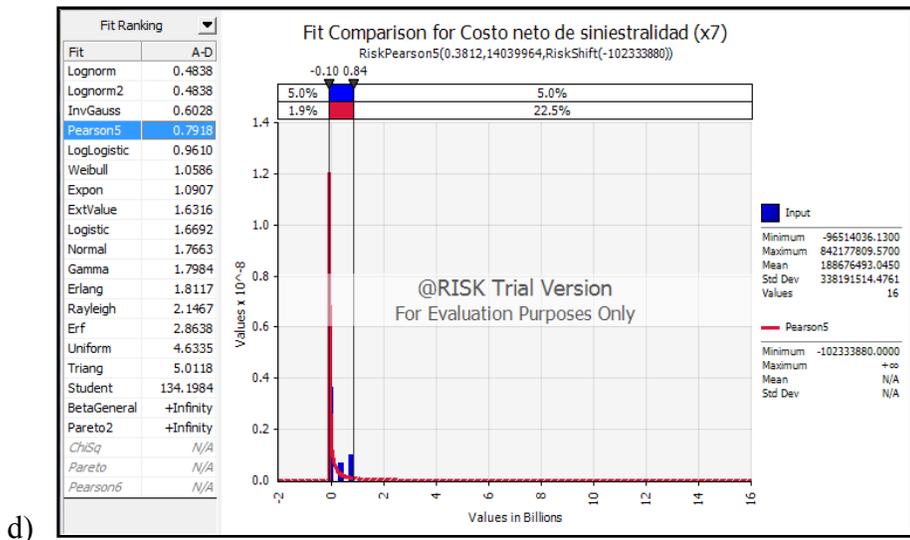
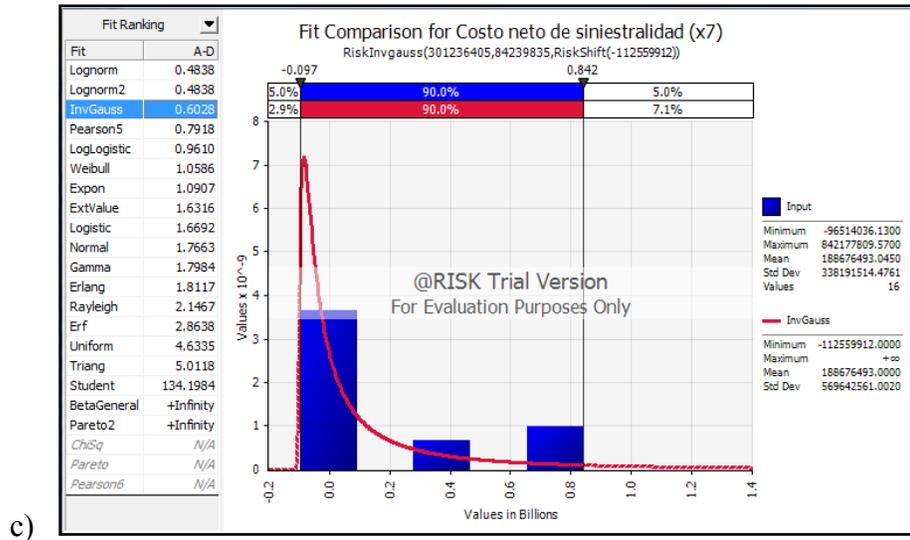
**Figura IV.15** Resultados @Risk Costo Neto de Adquisición  
**FUENTE:** @RISK



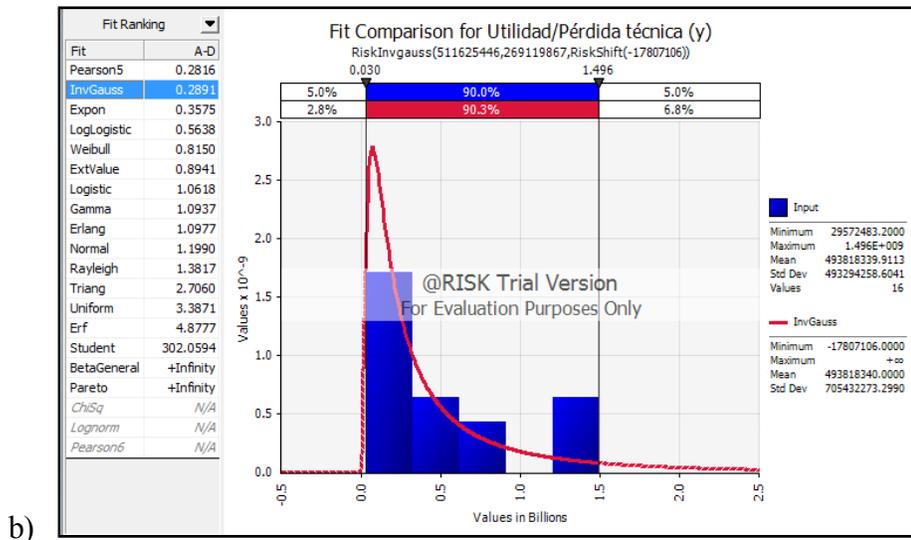
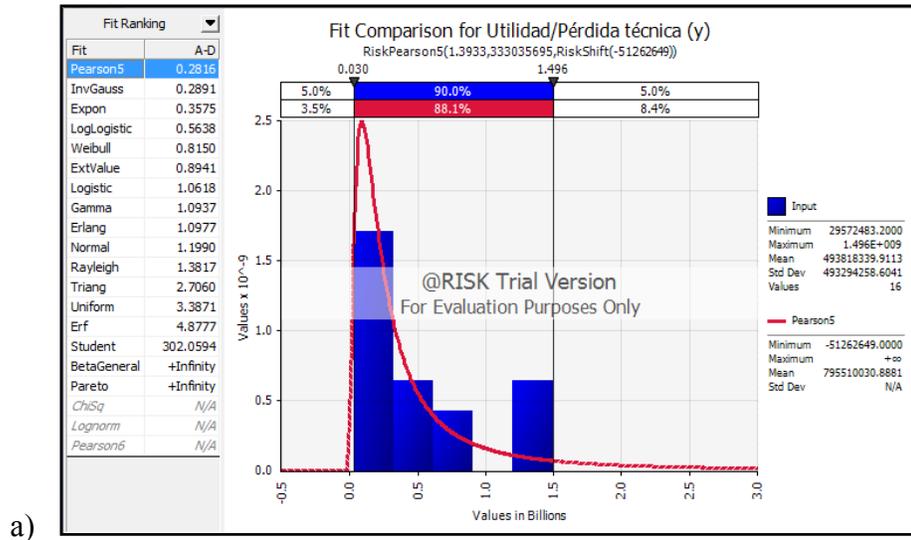
a)

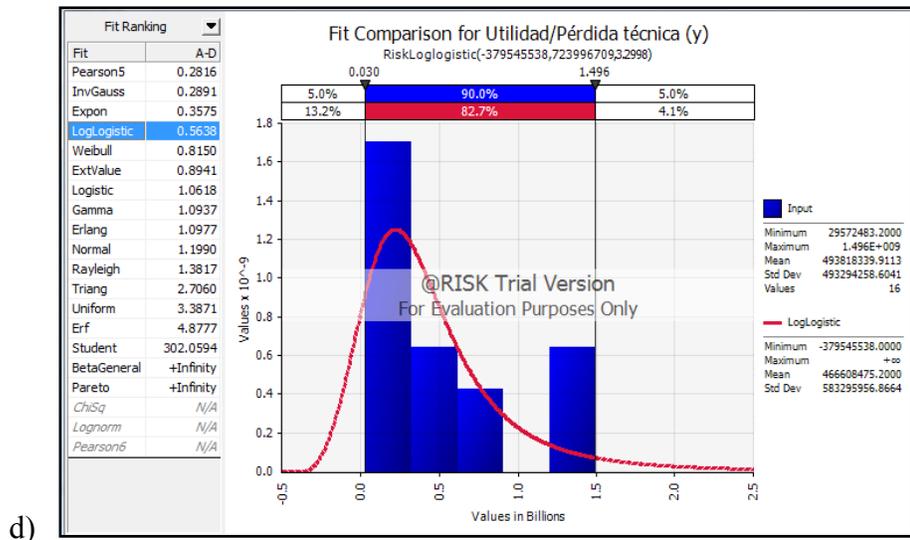
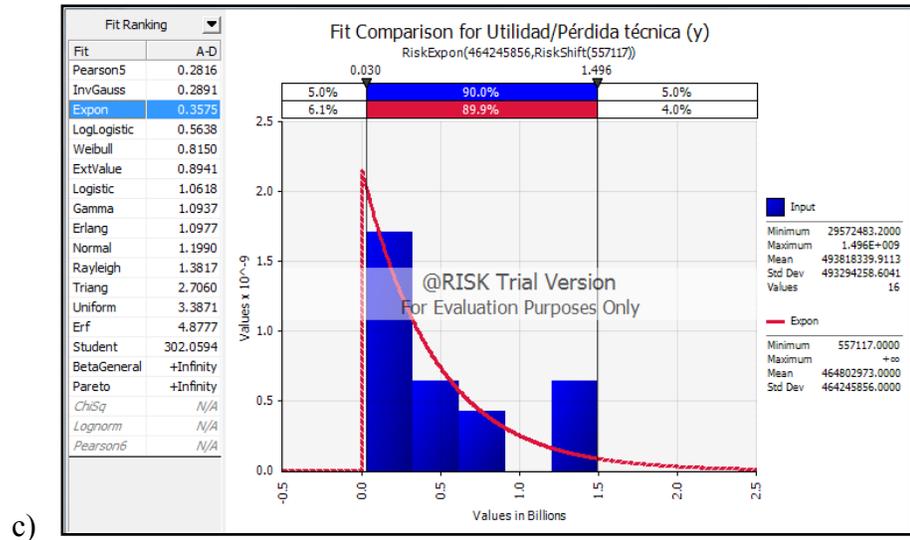


b)



**Figura IV.16** Resultados @Risk Costo Neto de Siniestralidad  
**FUENTE:** @RISK





**Figura IV.17** Resultados @Risk Utilidad o Pérdida Técnica  
FUENTE: @RISK

#### IV.4 Regresión

El análisis de regresión trata del estudio de la dependencia de la *variable dependiente*, respecto a una o más variables (*las variables explicativas*), con el objetivo de estimar y/o predecir la media o valor promedio poblacional de la primera en términos de los valores conocidos o fijos (en muestras repetidas) de las últimas. (Gujarati, 2007, p.18)

El modelo clásico o estándar de regresión lineal, plantea los siguientes supuestos:<sup>2</sup>

1. El modelo de regresión es lineal en los parámetros.

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

2. Los valores que toma el regresor X son considerados fijos en muestreo repetido. (X se supone no estocástica).
3. El valor medio del error  $u_i$  es igual a cero.

$$E(u_i|X_i) = 0$$

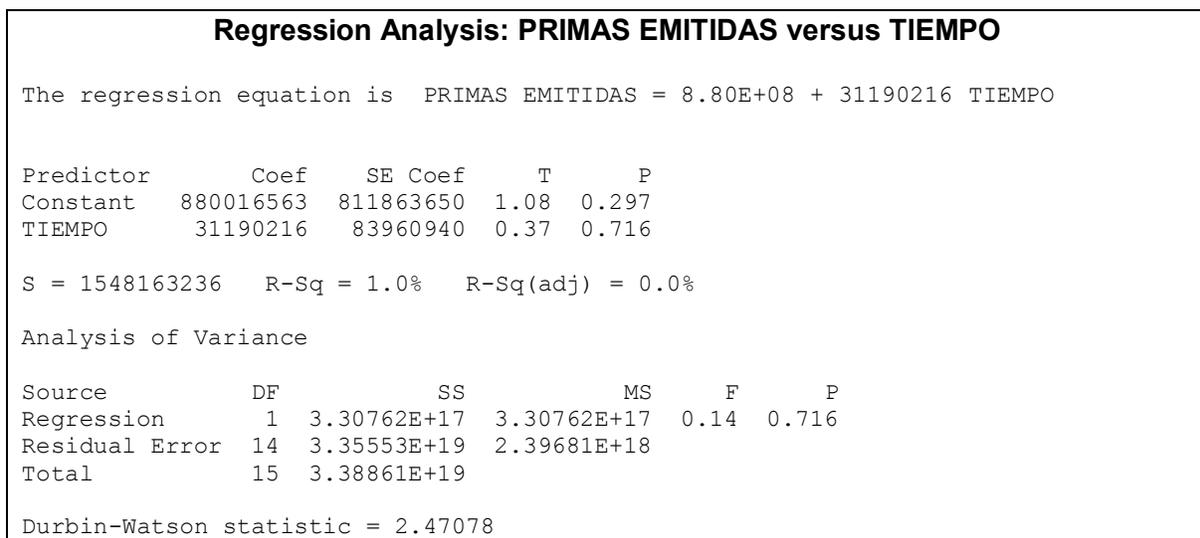
4. Dado el valor de X, la varianza de  $u_i$  es la misma para todas las observaciones. (Homoscedasticidad).
5. Dados dos valores cualquiera de X,  $X_i$  y  $X_j$  para ( $i \neq j$ ), la correlación entre dos  $u_i$  y  $u_j$  es cero. (No existe autocorrelación).
6. El modelo de regresión está correctamente especificado.

---

<sup>2</sup> Basado en R1

7. No hay relaciones perfectamente lineales entre las variables explicativas. (No hay multicolinealidad perfecta).

Utilizando MINITAB 14, se realizaron regresiones lineales simples en donde el tiempo fue considerado como variable independiente y las variables descritas anteriormente en el apartado IV.1 como variables dependientes. A continuación se muestran las regresiones realizadas:



**Figura IV.18** Regresión Primas Emitidas contra el Tiempo  
*FUENTE: MINITAB 14*

### Regression Analysis: PRIMAS CEDIDAS versus TIEMPO

The regression equation is PRIMAS CEDIDAS = 3.35E+08 + 6728419 TIEMPO

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	334930400	210578096	1.59	0.134
TIEMPO	6728419	21777468	0.31	0.762

S = 401556674 R-Sq = 0.7% R-Sq(adj) = 0.0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	1.53924E+16	1.53924E+16	0.10	0.762
Residual Error	14	2.25747E+18	1.61248E+17		
Total	15	2.27286E+18			

Durbin-Watson statistic = 2.51246

**Figura IV.19** Regresión Primas Ceditas contra el Tiempo  
*FUENTE: MINITAB 14*

### Regression Analysis: PRIMAS RETENIDAS versus TIEMPO

The regression equation is PRIMAS RETENIDAS = 5.45E+08 + 24461796 TIEMPO

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	545086163	601889282	0.91	0.380
TIEMPO	24461796	62245908	0.39	0.700

S = 1147757827 R-Sq = 1.1% R-Sq(adj) = 0.0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	2.03449E+17	2.03449E+17	0.15	0.700
Residual Error	14	1.84429E+19	1.31735E+18		
Total	15	1.86463E+19			

Durbin-Watson statistic = 2.45399

**Figura IV.20** Regresión Primas Retenidas contra el Tiempo  
*FUENTE: MINITAB 14*

### Regression Analysis: INCREMENTO NETO versus TIEMPO

The regression equation is INCREMENTO NETO = - 69802325 + 60763 TIEMPO

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-69802325	104852915	-0.67	0.516
TIEMPO	60763	10843630	0.01	0.996

S = 199946664 R-Sq = 0.0% R-Sq(adj) = 0.0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	1.25532E+12	1.25532E+12	0.00	0.996
Residual Error	14	5.59701E+17	3.99787E+16		
Total	15	5.59703E+17			

Durbin-Watson statistic = 1.51653

**Figura IV.21** Regresión Incremento Neto contra el Tiempo

*FUENTE: MINITAB 14*

### Regression Analysis: PRIMAS RETENIDAS DEVENGADAS versus TIEMPO

The regression equation is PRIMAS RETENIDAS DEVENGADAS = 6.15E+08 + 24401034 TIEMPO

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	614888488	610460802	1.01	0.331
TIEMPO	24401034	63132353	0.39	0.705

S = 1164103074 R-Sq = 1.1% R-Sq(adj) = 0.0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	2.02440E+17	2.02440E+17	0.15	0.705
Residual Error	14	1.89719E+19	1.35514E+18		
Total	15	1.91743E+19			

Durbin-Watson statistic = 2.43458

**Figura IV.22** Regresión Primas Retenidas Devengadas contra el Tiempo

*FUENTE: MINITAB 14*

### Regression Analysis: COSTO NETO DE ADQ. versus TIEMPO

The regression equation is  $\text{COSTO NETO DE ADQ.} = 72934747 + 7866788 \text{ TIEMPO}$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	72934747	152041099	0.48	0.639
TIEMPO	7866788	15723716	0.50	0.625

S = 289931000 R-Sq = 1.8% R-Sq(adj) = 0.0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	2.10414E+16	2.10414E+16	0.25	0.625
Residual Error	14	1.17684E+18	8.40600E+16		
Total	15	1.19788E+18			

Durbin-Watson statistic = 2.43796

**Figura IV.23** Regresión Costo Neto de Adquisición contra el Tiempo

*FUENTE: MINITAB 14*

### Regression Analysis: COSTO NETO DE SIN. versus TIEMPO

The regression equation is  $\text{COSTO NETO DE SIN.} = 1.19\text{E}+08 + 8254438 \text{ TIEMPO}$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	118513771	188390307	0.63	0.539
TIEMPO	8254438	19482862	0.42	0.678

S = 359246220 R-Sq = 1.3% R-Sq(adj) = 0.0%

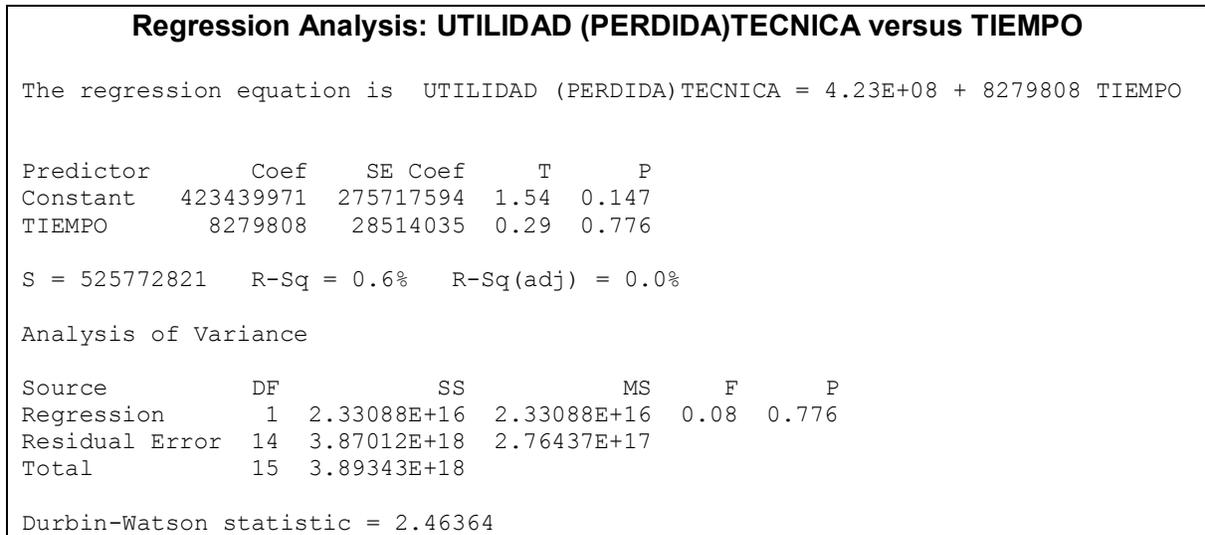
Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	2.31662E+16	2.31662E+16	0.18	0.678
Residual Error	14	1.80681E+18	1.29058E+17		
Total	15	1.82998E+18			

Durbin-Watson statistic = 2.34884

**Figura IV.24** Regresión Costo Neto de Siniestralidad contra el Tiempo

*FUENTE: MINITAB 14*



**Figura IV.25** Regresión Utilidad o Pérdida Técnica contra el Tiempo  
*FUENTE: MINITAB 14*

Al realizar las regresiones expuestas con anterioridad, se pueden observar los siguientes elementos:

- *Ecuación de regresión*<sup>3</sup>

The regression equation is PRIMAS EMITIDAS = 8.80E+08 + 31190216 TIEMPO

La ecuación de regresión obtenida nos indica el cambio que tiene la variable dependiente si aumentamos en una unidad el valor de la variable independiente.

En base a esta ecuación podemos observar cuales son los parámetros  $\beta_0$  y  $\beta_1$  para cada ecuación dichos parámetros nos ayudaran más adelante para el pronóstico, en la tabla siguiente se encuentran la relación de  $\beta_0$  y  $\beta_1$  para cada variable.

---

<sup>3</sup> Basado en R21

**Tabla IV.1** Coeficientes de la Regresión

Variable	Beta 0	Beta 1
PRIMAS EMITIDAS	880016563.00	31190216.00
PRIMAS CEDIDAS	334930400	6728419
PRIMAS RETENIDAS	545086163	24461796
INCREMENTO NETO	-69802325	60763
PRIMAS RETENIDAS DEVENGADAS	614888488	24401034
COSTO NETO DE ADQ.	72934747	7866788
COSTO NETO DE SIN.	118513771	8254438
UTILIDAD (PERDIDA)TECNICA	423439971	8279808

- *Estadístico T*<sup>4</sup>

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	880016563	811863650	1.08	0.297
TIEMPO	31190216	83960940	0.37	0.716

El estadístico T nos permite contrastar la hipótesis nula ( $H_0: \beta_i = 0$ ) de que el verdadero parámetro es igual a cero, evaluando cada coeficiente de manera independiente.

- *Valor P*<sup>5</sup>

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	880016563	811863650	1.08	0.297
TIEMPO	31190216	83960940	0.37	0.716

El Valor P obtenido de la regresión en MINITAB, es la probabilidad asociada al estadístico T, el cual nos sirve para aceptar o rechazar la hipótesis nula planteada en el apartado anterior.

<sup>4</sup> Basado en R22

<sup>5</sup> Basado en R22

- *Error estándar (S)*<sup>6</sup>

```
S = 1548163236 R-Sq = 1.0% R-Sq(adj) = 0.0%
```

El error estándar es la desviación estándar de los errores.

- *Coefficiente de determinación ( $R^2$ )*<sup>7</sup>

```
S = 1548163236 R-Sq = 1.0% R-Sq(adj) = 0.0%
```

El coeficiente de determinación es una medida que nos indica la proporción de variabilidad total de la variable dependiente explicada por el modelo de regresión, es decir qué tan bien se ajusta la recta de regresión muestral a los datos.

- *Coefficiente de determinación ajustado ( $R^2$ -adj)*<sup>8</sup>

```
S = 1548163236 R-Sq = 1.0% R-Sq(adj) = 0.0%
```

El Coeficiente de determinación ajustado es una medida de bondad de ajuste neutral a la introducción de variables adicionales.

- *Estadístico Durbin-Watson*<sup>9</sup>

```
Durbin-Watson statistic = 2.47078
```

El estadístico Durbin-Watson se utiliza para detectar la presencia de autocorrelación en los modelos de regresión.

---

<sup>6</sup>Basado en R23

<sup>7</sup>Basado en R21 y R1

<sup>8</sup> Basado en R22

## IV.5 Pronóstico

Una vez realizadas las regresiones correspondientes y con los parámetros resultantes de las mismas, se procedió a realizar el pronóstico para un periodo de 5 años.

Realizar un pronóstico es hacer una predicción sobre lo que es probable que ocurra en el futuro, basándose en el análisis de ciertas variables.<sup>10</sup>

Para poder llevar a cabo dicho pronóstico se siguieron una serie de pasos que se detallan a



continuación:

**Figura IV.26** Proceso de un Pronóstico

### 1. Recolección de datos

---

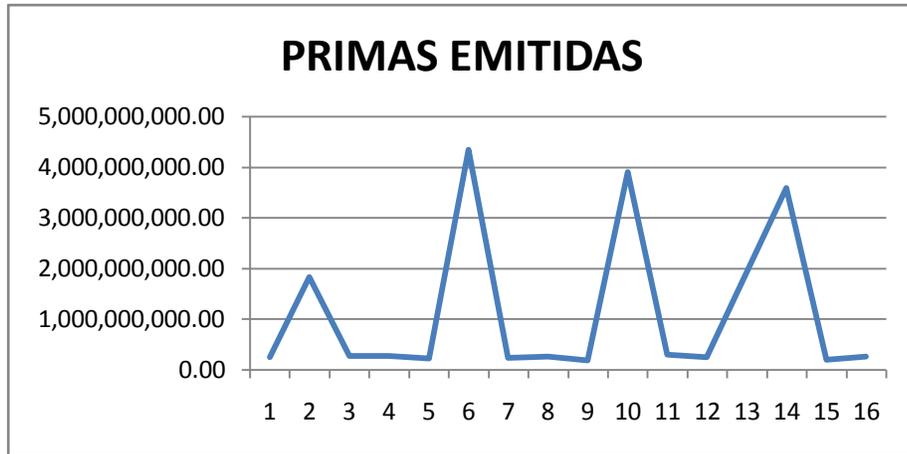
<sup>10</sup> Extraído de R24

Como se había dicho anteriormente los datos tienen una periodicidad trimestral y están dados a partir del año 2005 en los meses de Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre teniendo en total 16 datos con los que se realizará el análisis, dichos datos fueron obtenidos de una Institución de Seguros Anónima.

## 2. Revisión de patrones de datos.

Para poder seleccionar el método de pronóstico más adecuado tenemos que analizar el comportamiento de los datos, este análisis se hace identificando dos patrones principales que suelen tener los datos, tendencia y estacionalidad, dependiendo de los resultados que arroje el análisis de estos patrones se determinará cuál es el método de pronóstico más adecuado para cada variable.

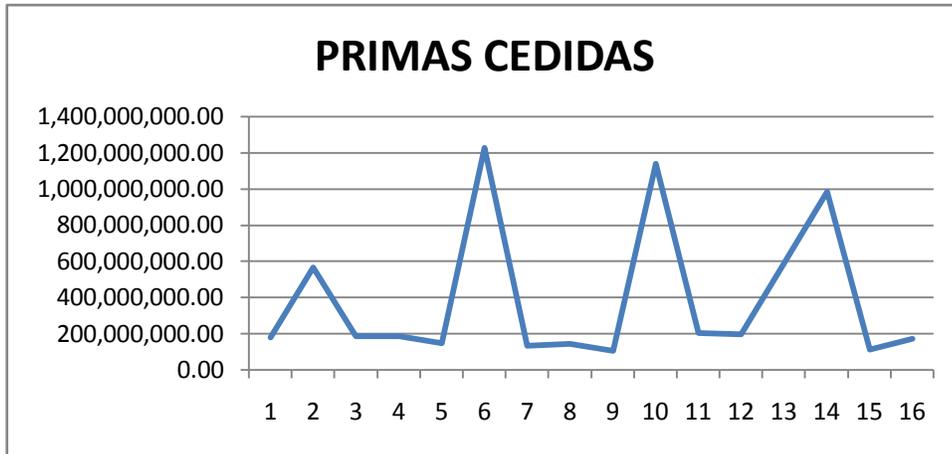
- a) **Tendencia:** podemos decir que la tendencia es un componente que nos indica si nuestros datos siguen un comportamiento de crecimiento o disminución en un periodo determinado. Para poder definir si existe una tendencia en nuestros datos podemos hacerlo de dos maneras, 1) observando la gráfica de los datos y 2) analizar si los coeficientes de autocorrelación se mantienen altos, esto lo haremos mediante el estadístico Q de Ljung-Box de Minitab. A continuación se presentan las gráficas y la obtención del estadístico:



**Figura IV.27** Gráfica Primas Emitidas

<b>Autocorrelation Function: PRIMAS EMITIDAS</b>			
<u>Lag</u>	ACF	T	LBQ
1	-0.246679	-0.99	1.17
2	-0.377979	-1.43	4.11
3	-0.140308	-0.47	4.54
4	0.693621	2.31	16.09

**Figura IV.28** Estadístico Q de Ljung-Box  
FUENTE: MINITAB 14

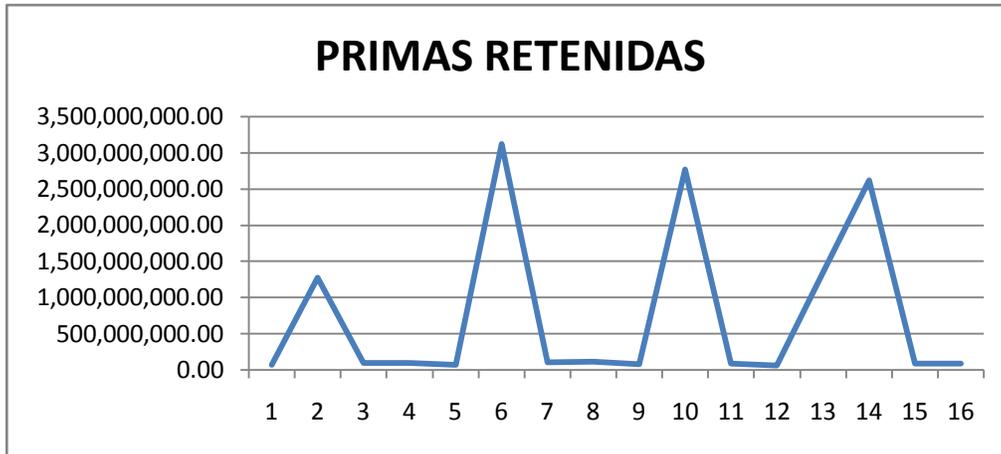


**Figura IV.29** Gráfica Primas Cedidas

**Autocorrelation Function: PRIMAS CEDIDAS**

Lag	ACF	T	LBQ
1	-0.268026	-1.07	1.38
2	-0.351312	-1.31	3.92
3	-0.149460	-0.51	4.41
4	0.692686	2.31	15.93

**Figura IV.30** Estadístico Q de Ljung-Box  
*FUENTE: MINITAB 14*

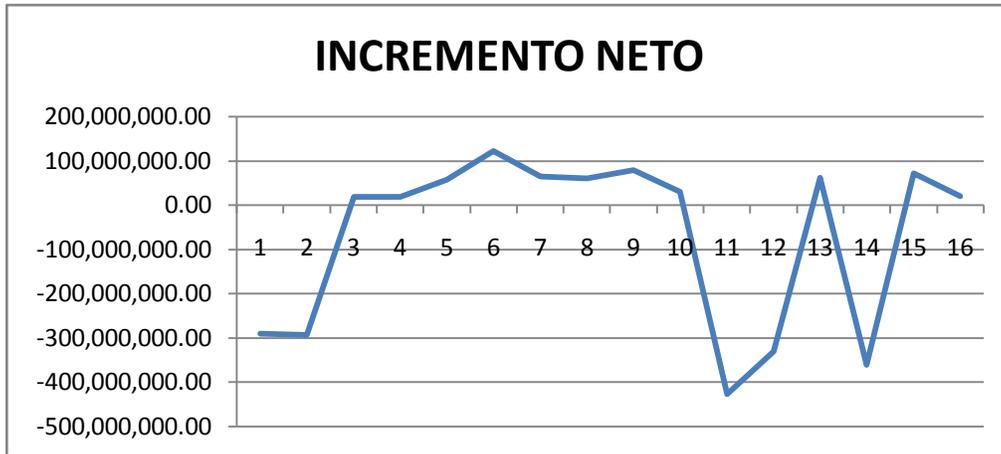


**Figura IV.31** Gráfica Primas Retenidas

**Autocorrelation Function: PRIMAS RETENIDAS**

LAG	ACF	T	LBQ
1	-0.238024	-0.95	1.09
2	-0.386801	-1.47	4.17
3	-0.138042	-0.46	4.59
4	0.691708	2.30	16.07

**Figura IV.32** Estadístico Q de Ljung-Box  
*FUENTE: MINITAB 14*



**Figura IV.33** Gráfica Incremento Neto

<u>Autocorrelation Function: INCREMENTO NETO</u>			
<u>Lag</u>	<u>ACF</u>	<u>T</u>	<u>LBQ</u>
1	0.191013	0.76	0.70
2	0.011242	0.04	0.70
3	0.081805	0.32	0.85
4	-0.312584	-1.20	3.20

**Figura IV.34** Estadístico Q de Ljung-Box  
FUENTE: MINITAB 14

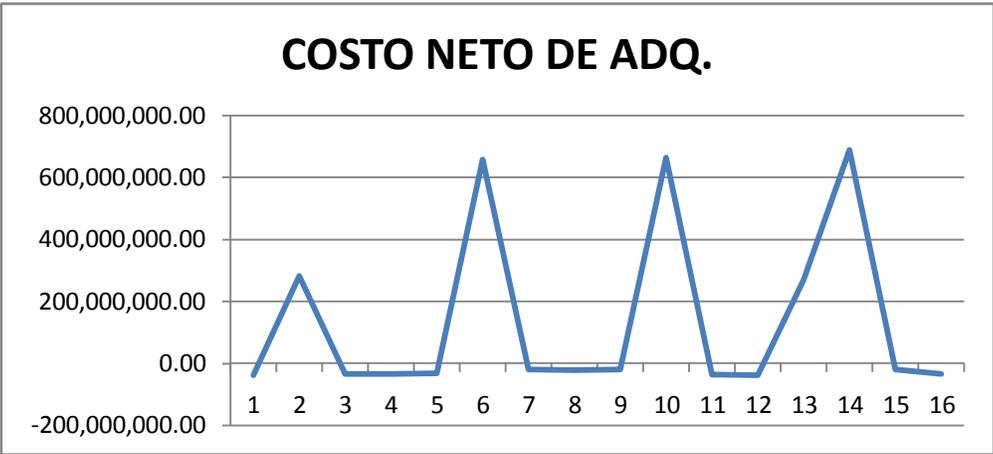


**Figura IV.35** Gráfica Primas Retenidas Devengadas

**Autocorrelation Function: PRIMAS RETENIDAS DEVENGADAS**

Lag	ACF	T	LBQ
1	-0.224459	-0.90	0.97
2	-0.352811	-1.35	3.53
3	-0.163525	-0.56	4.12
4	0.671125	2.27	14.93

**Figura IV.36** Estadístico Q de Ljung-Box  
FUENTE: MINITAB 14

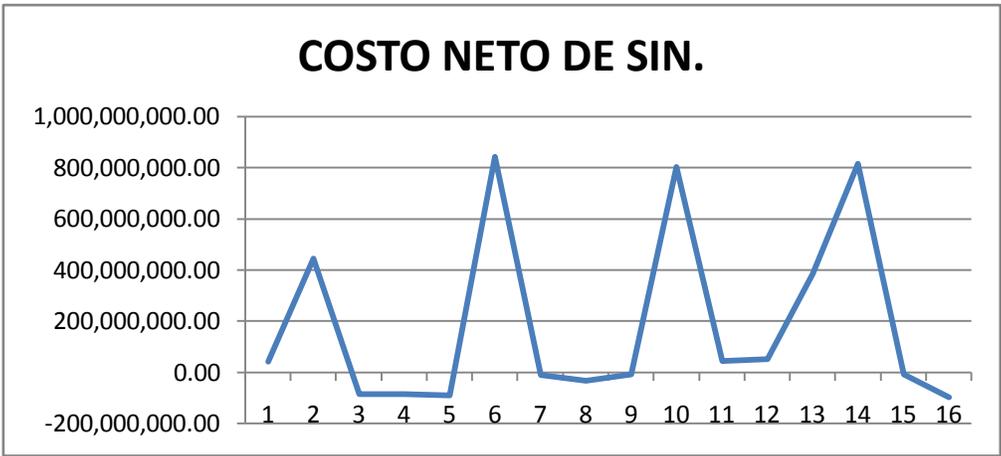


**Figura IV.37** Gráfica Costo Neto de Adquisición

**Autocorrelation Function: COSTO NETO DE ADQ.**

Lag	ACF	T	LBQ
1	-0.222817	-0.89	0.95
2	-0.392347	-1.50	4.12
3	-0.134937	-0.46	4.52
4	0.702952	2.34	16.38

**Figura IV.38** Estadístico Q de Ljung-Box  
FUENTE: MINITAB 14

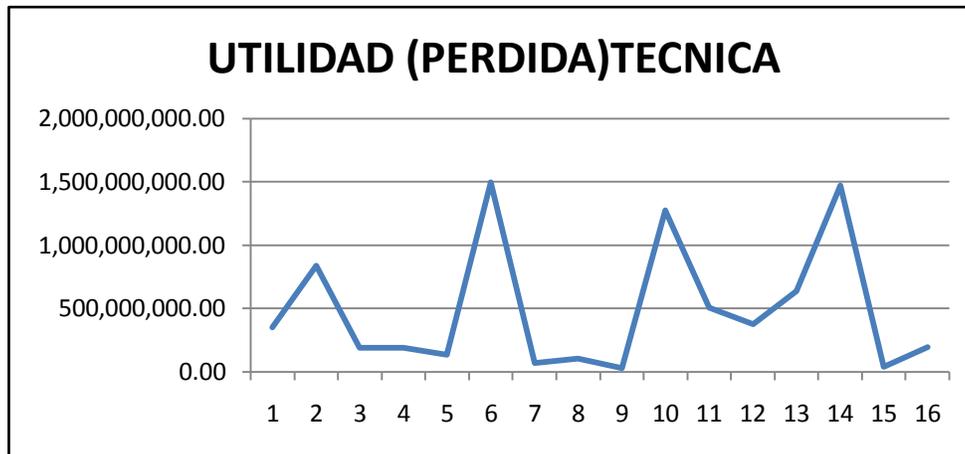


**Figura IV.39** Gráfica Costo Neto de Siniestralidad

**Autocorrelation Function: COSTO NETO DE SIN.**

Lag	ACF	T	LBQ
1	-0.186654	-0.75	0.67
2	-0.382528	-1.48	3.68
3	-0.155986	-0.53	4.22
4	0.681449	2.29	15.36

**Figura IV.40** Estadístico Q de Ljung-Box  
*FUENTE: MINITAB 14*



**Figura IV.41** Gráfica Utilidad o Pérdida Técnica

Autocorrelation Function: UTILIDAD (PERDIDA)TECNICA			
Lag	ACF	T	LBQ
1	-0.238122	-0.95	1.09
2	-0.301226	-1.14	2.96
3	-0.186640	-0.66	3.73
4	0.604482	2.07	12.50

**Figura IV.42** Estadístico Q de Ljung-Box  
FUENTE: MINITAB 14

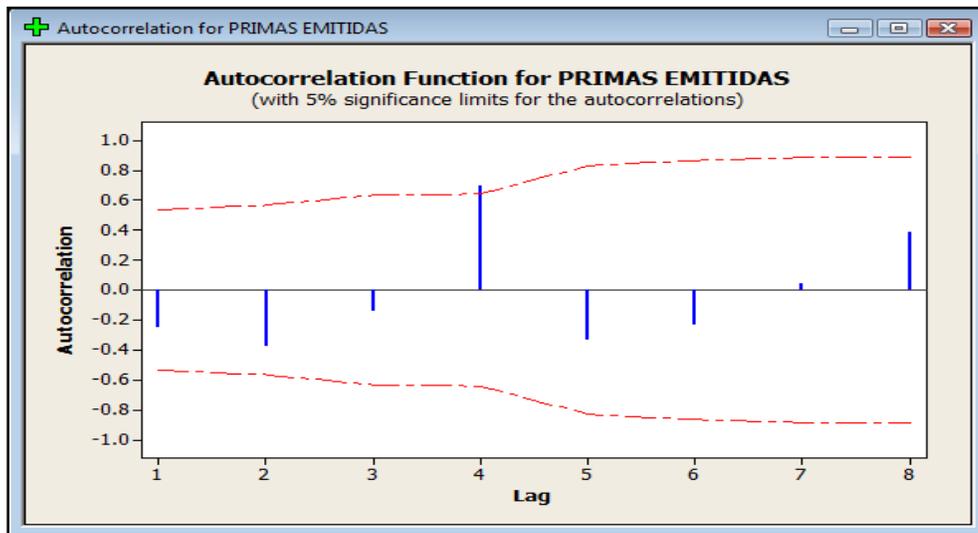
La prueba de autocorrelación de Ljung-Box tiene la siguiente hipótesis:

$$H_0 : \rho_1 = 0, \rho_2 = 0, \dots, \rho_m = 0$$

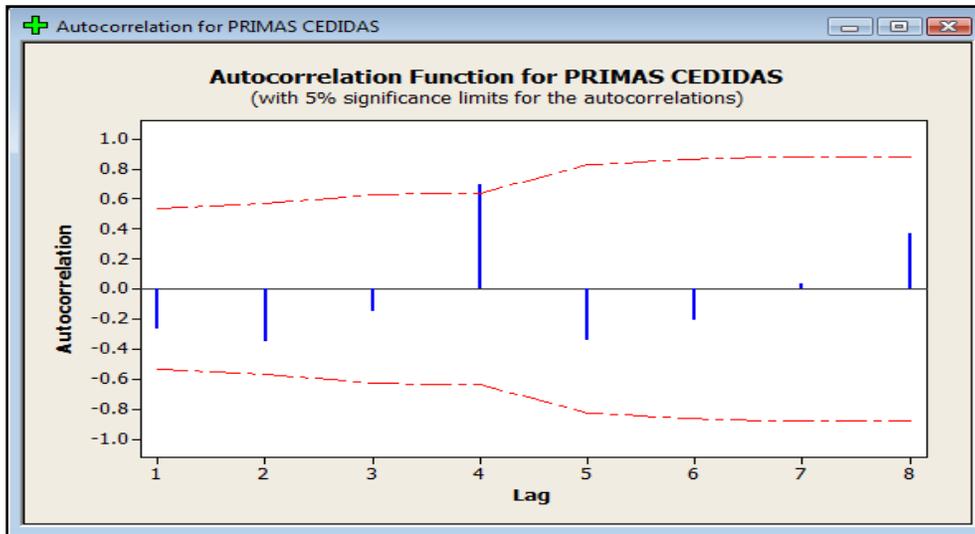
$$H_a : \rho_k \neq 0 \text{ para alguna } k \in [1, m]$$

El resultado de la prueba realizada en Minitab se compara con una Chi cuadrada de 4 grados de libertad, es decir con el valor 9.487.

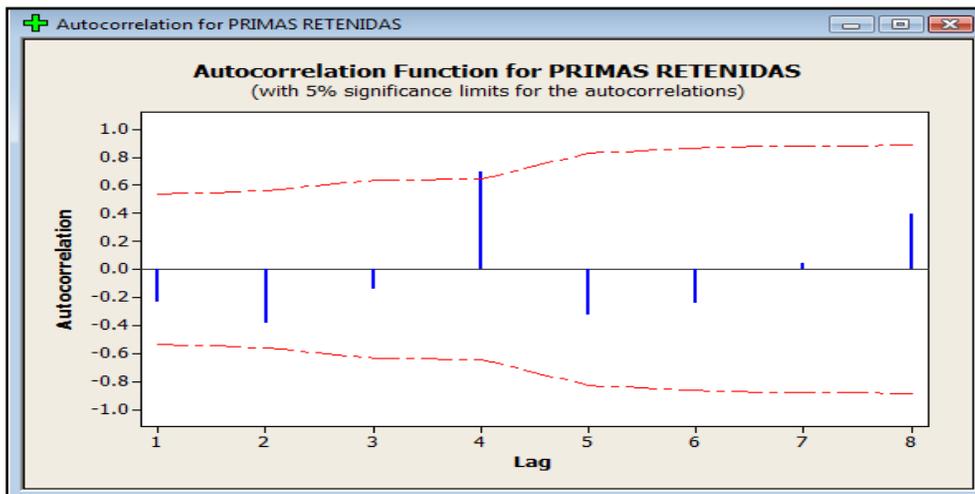
a) **Estacionalidad.**-Para poder decir que tenemos estacionalidad en los datos, tenemos que analizar si se sigue un patrón de cambio que se repita año con año, para poder hacer este análisis realizamos el diagrama de autocorrelación en MINITAB para cada una de las variables quedando de la siguiente manera:



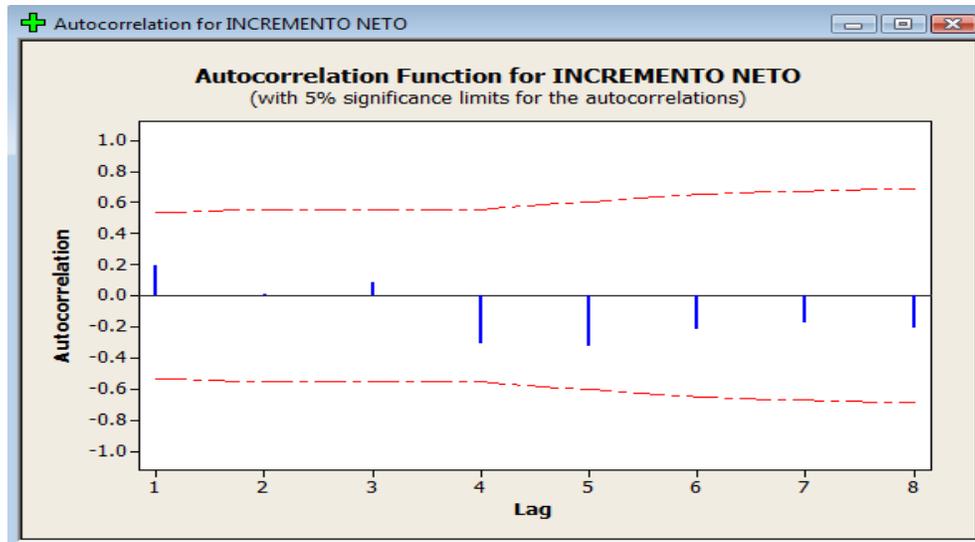
**Figura IV.43** Autocorrelación Primas Emitidas  
*FUENTE: MINITAB 14*



**Figura IV.44** Autocorrelación Primas Cedidas  
*FUENTE: MINITAB 14*

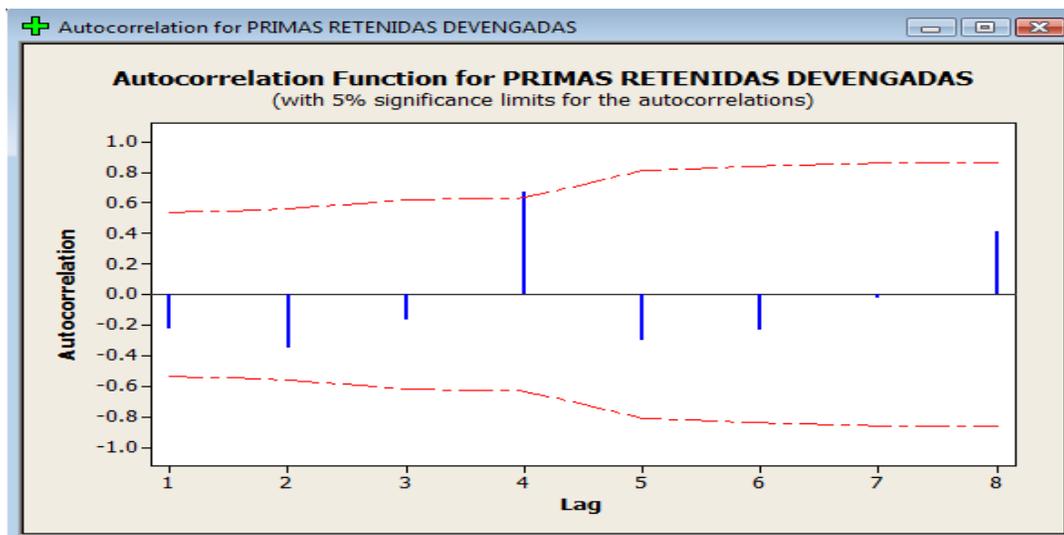


**Figura IV.45** Autocorrelación Primas Retenidas  
*FUENTE: MINITAB 14*



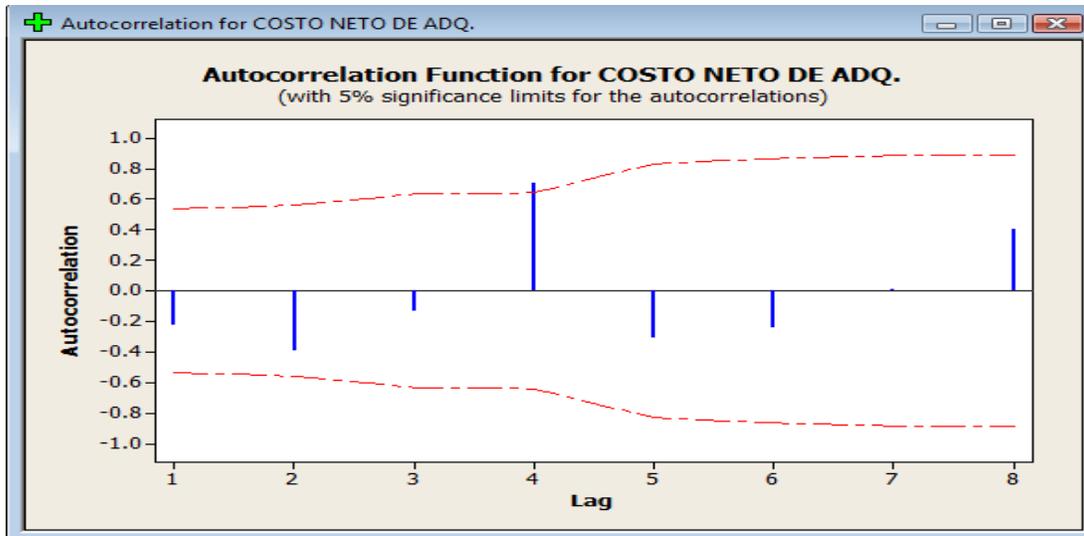
**Figura IV.46** Autocorrelación Incremento Neto

*FUENTE: MINITAB 14*

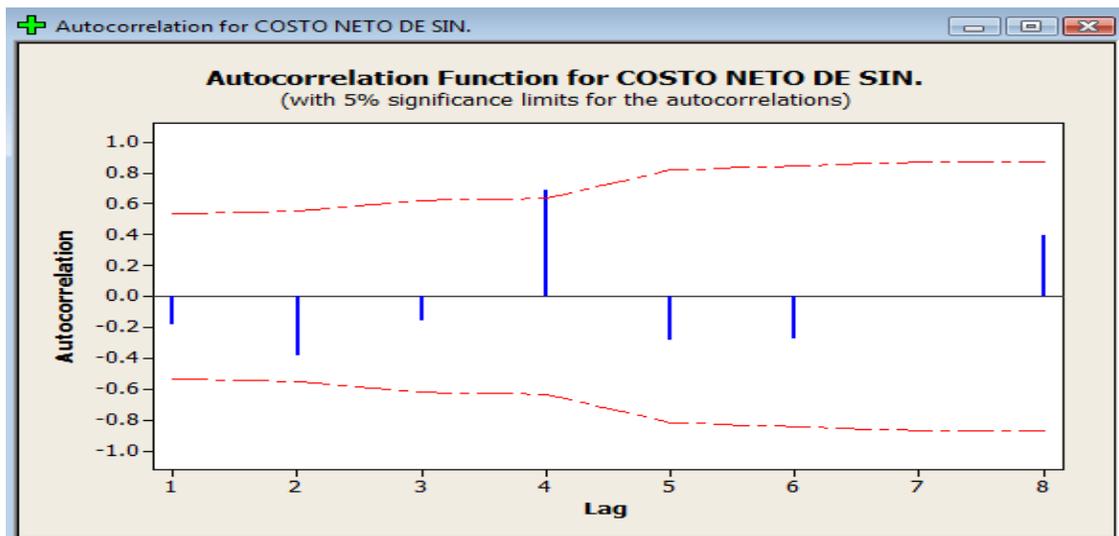


**Figura IV.47** Autocorrelación Primas Retenidas Devengadas

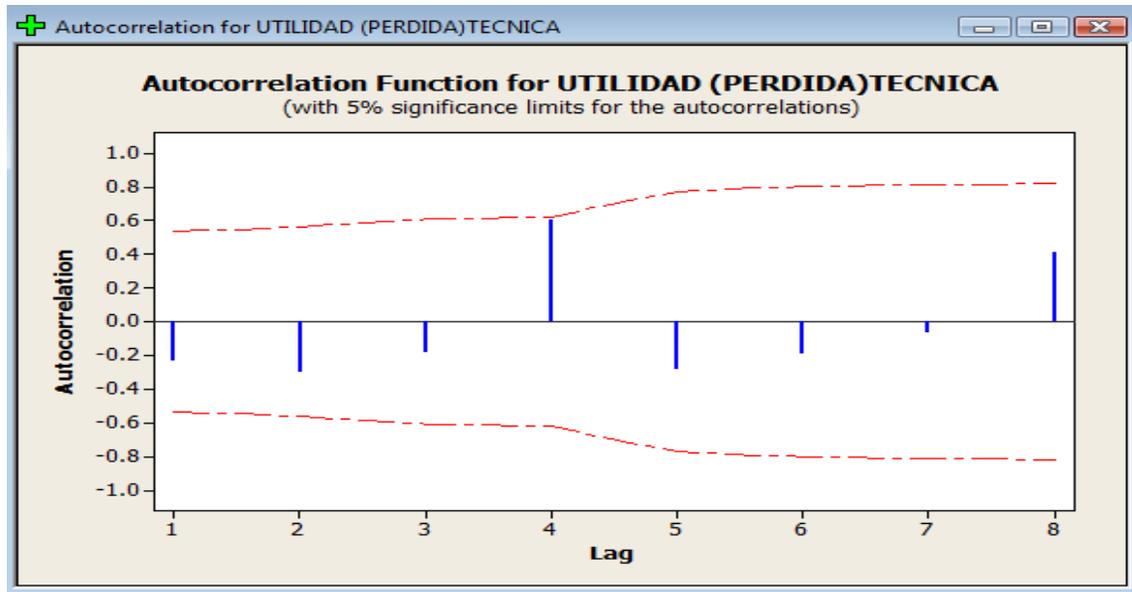
*FUENTE: MINITAB 14*



**Figura IV.48** Autocorrelación Costo Neto de Adquisición  
*FUENTE: MINITAB 14*



**Figura IV.49** Autocorrelación Costo Neto de Siniestralidad  
*FUENTE: MINITAB 14*



**Figura IV.50** Autocorrelación Utilidad o pérdida técnica  
*FUENTE: MINITAB 14*

Analizando las gráficas de Minitab podemos observar que en la mayoría de ellas existe una autocorrelación muy alta cada 4 periodos por lo que nos indica que existe una estacionalidad trimestral en los datos.

A continuación se presenta una tabla con los resultados arrojados del análisis de la tendencia y estacionalidad de los datos.

**Tabla IV.2** Tendencia y Estacionalidad de los Datos

VARIABLES	TENDENCIA	ESTACIONALIDAD
PRIMAS EMITIDAS	✓	✓
PRIMAS CEDIDAS	✓	✓
PRIMAS RETENIDAS	✓	✓
INCREMENTO NETO	X	X
PRIMAS RETENIDAS DEVENGADAS	✓	✓
COSTO NETO DE ADQ.	✓	✓
COSTO NETO DE SIN.	✓	✓
UTILIDAD (PERDIDA)TECNICA	✓	✓

3. Selección del método de pronóstico

Existen diferentes métodos para realizar un pronóstico, la determinación del método más adecuado se hizo en base a la Tabla IV.2 que es el resultado del análisis de los patrones que siguen nuestros datos, quedando el pronóstico de cada variable de la siguiente manera:

**Tabla IV.3** Modelos de pronósticos

VARIABLES	MÉTODO DE PRONOSTICO
PRIMAS EMITIDAS	Holt-Winters
PRIMAS CEDIDAS	Holt-Winters
PRIMAS RETENIDAS	Holt-Winters
INCREMENTO NETO	Holt
PRIMAS RETENIDAS DEVENGADAS	Holt-Winters
COSTO NETO DE ADQ.	Holt-Winters
COSTO NETO DE SIN.	Holt-Winters
UTILIDAD (PERDIDA)TECNICA	Holt-Winters

### Método de Holt

Este método de suavizamiento es apropiado cuando el nivel como la razón de crecimiento son cambiantes conforme al tiempo. La ecuación de pronóstico que se utiliza para este método es la siguiente:

$$\hat{Y}_{t+p} = L_t + pT_t \quad (4.1)$$

En donde:

$$L_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (4.2)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (4.3)$$

Los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes de suavizamiento y son valores que se encuentran entre 0 y 1. Para inicializar  $L_0$  y  $T_0$  tomamos los datos de la regresión que se muestran en la Tabla IV.1 para el Incremento Neto que es la variable que se va a pronosticar mediante este método, a continuación se calculan los pronósticos para el tiempo T con la fórmula 4.1, una vez obtenidos estos pronósticos se calcula el error de la siguiente manera:

$$R_t = Y_t - \tilde{Y}_t \quad (4.4)$$

Para poder seguir con el pronóstico se elevan al cuadrado cada uno de los errores y se realiza la suma de los mismos, el objetivo es minimizar esta suma cambiando los valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , debemos de recordar que estos valores tiene que estar entre 0 y 1, este procedimiento

se realiza mediante el uso de Solver en Excel. Solver es una herramienta que permite hallar la mejor solución a un problema, modificando e incluyendo condiciones o restricciones.<sup>11</sup>

El resultado y la planilla que se trabajó en Excel quedaron de la siguiente manera:

alfa	0.9999897		Beta 0	-69802325			
beta	0.0000083		Beta 1	60763			
AÑO	TRIMESTRE	t	INCREMENTO NETO	$L_t$	$T_t$	$\hat{Y}_t$	Residual <sup>2</sup>
		0		-69802325	60763		
2005	1	1	-290,507,853.94	-290505573.8	58921.129	-290446653	3,745,592,149.56
	2	2	-293,551,224.60	-293551192.5	58895.227	-293492297	3,472,425,741.68
	3	3	18,000,993.30	17997776.14	61494.041	18059270.2	3,396,195,006.48
	4	4	18,000,993.30	18000993.9	61493.555	18062487.5	3,781,531,298.86
2006	1	5	56,211,427.98	56211033.97	61811.834	56272845.8	3,772,149,263.31
	2	6	121,395,126.87	121394454.3	62355.155	121456809	3,804,738,232.72
	3	7	64,439,644.62	64440233.5	61879.456	64502113	3,902,293,447.40
	4	8	59,940,412.74	59940459.85	61841.397	60002301.3	3,830,187,851.45
2007	1	9	78,583,284.16	78583092.25	61996.42	78645088.7	3,819,797,741.60
	2	10	29,109,102.53	29109614.15	61583.137	29171197.3	3,855,758,461.34
	3	11	-427,634,310.06	-427629592.1	57771.972	-427571820	3,904,992,811.23
	4	12	-331,304,859.73	-331305854	58575.135	-331247279	3,315,556,916.46
2008	1	13	60,708,321.86	60704273.67	61845.252	60766118.9	3,340,500,660.32
	2	14	-361,847,244.11	-361842879.3	58319.355	-361784560	3,929,306,657.37
	3	15	70,815,711.31	70811243.34	61928.574	70873171.9	3,301,720,618.74
	4	16	19,067,023.02	19067558.08	61496.351	19129054.4	3,847,896,355.58
2009	1						3,688,790,200.88
							MSE

**Figura IV.51** Método de Holt en Excel

Con la obtención de estos valores se procederá más adelante a realizar el pronóstico para los siguientes 5 años.

<sup>11</sup> R25

### Método Holt-Winters

Este método se utiliza cuando los datos tienen una tendencia y estacionalidad, como se puede observar en la Tabla IV.2 siete de nuestras variables utilizan este método ya que presentan estos dos patrones, esto se puede corroborar en la Tabla IV.3.

En el método de Holt-Winters tenemos dos tipos de metodologías a seguir, el método aditivo y el método multiplicativo a continuación se detalla paso a paso como se realizó cada uno de los métodos y cuál es el elegido para hacer el pronóstico.

1. Método aditivo de Holt-Winters: Este método se usa principalmente cuando se tiene una serie de datos que presenta una tendencia lineal, un crecimiento constante  $\beta_1$  y un patrón estacional  $SN_t$  con una variación que crece de forma aditiva la función de pronóstico que se utiliza es la siguiente:

$$\hat{Y}_{t+p} = L_t + pT_t + S_{t-s+p} \quad (4.5)$$

Donde:

$$L_t = \alpha(Y_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (4.6)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (4.7)$$

$$S_t = \gamma(Y_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-s} \quad (4.8)$$

Es importante mencionar que los valores de  $\alpha, \beta, \gamma$  deben ser valores ubicados entre 0 y 1, para poder inicializar los valores de  $L_0$  y  $T_0$  se toman los valores de  $\beta_0$  y  $\beta_1$  de la Tabla IV.1, para cada una de las variables. Debido a que la serie es trimestral se tienen que calcular 4 factores estacionales para cada uno de los trimestres anteriores quedando de la siguiente manera:

$$S_{-3} = \frac{(Y_1 - \hat{Y}_1) + (Y_5 - \hat{Y}_5) + (Y_9 - \hat{Y}_9) + (Y_{13} - \hat{Y}_{13})}{4} \quad (4.9)$$

$$S_{-2} = \frac{(Y_2 - \hat{Y}_2) + (Y_6 - \hat{Y}_6) + (Y_{10} - \hat{Y}_{10}) + (Y_{14} - \hat{Y}_{14})}{4} \quad (4.10)$$

$$S_{-1} = \frac{(Y_3 - \hat{Y}_3) + (Y_7 - \hat{Y}_7) + (Y_{11} - \hat{Y}_{11}) + (Y_{15} - \hat{Y}_{15})}{4} \quad (4.11)$$

$$S_0 = \frac{(Y_4 - \hat{Y}_4) + (Y_8 - \hat{Y}_8) + (Y_{12} - \hat{Y}_{12}) + (Y_{16} - \hat{Y}_{16})}{4} \quad (4.12)$$

AÑO	TRIMESTRE	t	UTILIDAD (PERDIDA) TECNICA	$L_t$	$T_t$	$S_t$	$\hat{Y}_t$	Residual <sup>2</sup>
		-3				-192962627		
		-2				779429559.1		
		-1				-296018088		
		0		423439971	8279808	-290448840		

**Figura IV.52** Cálculo de  $S_t$

Una vez obtenidos dichos valores podemos proceder a calcular el primer valor pronosticado con la fórmula 4.5. Una vez realizado este proceso, calculamos los residuales al cuadrado y obtenemos la suma de ellos, el cálculo de los valores residuales se realiza mediante la siguiente fórmula:

$$R = Y - \hat{Y} \quad (4.13)$$

Lo que nos indica que para obtener el residual debemos de restarle el valor pronosticado al valor original en un periodo t, el desarrollo de la tabla queda como se muestra en la figura IV.53. Es importante mencionar que para obtener los valores adecuados de los coeficientes  $\alpha, \beta, \gamma$  se utiliza la herramienta de Solver en Excel, con el objetivo de minimizar la suma de los errores y teniendo como restricciones que los valores de dichos coeficientes tienen que estar entre 0 y 1 como ya se había dicho anteriormente, de esta manera se encuentran los coeficientes que minimizan el error mismos que serán utilizados para los pronósticos de los periodos posteriores.

alfa	0		Beta 0	423439971					
beta	0		Beta 1	8279808					
gamma	0								
AÑO	TRIMESTRE	t	UTILIDAD (PERDIDA)TECNICA	$L_t$	$T_t$	$S_t$	$\hat{Y}_t$	Residual <sup>2</sup>	
		-3				-192962627			
		-2				779429559.1			
		-1				-296018088			
		0		423439971	8279808	-290448840			
2005	1	1	352,550,175.10	431719779	8279808	-192962627.4	238757152	12,948,852,194,426,700.00	
	2	2	835,929,912.73	439999587	8279808	779429559.1	1219429146	147,071,661,960,863,000.00	
	3	3	190,432,813.85	448279395	8279808	-296018088.4	152261307	1,457,063,963,446,510.00	
	4	4	190,432,813.85	456559203	8279808	-290448839.7	166110363	591,581,598,446,564.00	
2006	1	5	136,543,762.85	464839011	8279808	-192962627.4	271876384	18,314,918,242,446,700.00	
	2	6	1,495,740,382.61	473118819	8279808	779429559.1	1252548378	59,142,351,079,479,200.00	
	3	7	69,521,576.44	481398627	8279808	-296018088.4	185380539	13,423,299,119,743,800.00	
	4	8	104,064,769.30	489678435	8279808	-290448839.7	199229595	9,056,344,116,650,930.00	
2007	1	9	29,572,483.20	497958243	8279808	-192962627.4	304995616	75,857,901,867,913,500.00	
	2	10	1,273,343,951.90	506238051	8279808	779429559.1	1285667610	151,872,550,321,291.00	
	3	11	507,437,993.72	514517859	8279808	-296018088.4	218499771	83,485,296,762,406,600.00	
	4	12	375,169,807.10	522797667	8279808	-290448839.7	232348827	20,397,832,257,464,000.00	
2008	1	13	635,077,577.30	531077475	8279808	-192962627.4	338114848	88,186,862,823,451,200.00	
	2	14	1,471,417,728.98	539357283	8279808	779429559.1	1318786842	23,296,187,643,512,200.00	
	3	15	40,368,234.51	547637091	8279808	-296018088.4	251619003	44,626,887,031,290,000.00	
	4	16	193,489,455.14	555916899	8279808	-290448839.7	265468059	5,180,919,463,659,930.00	
2009	1							37,699,364,542,220,100.00	MSE

Figura IV.53 Método de Holt-Winters en Excel

1. Método multiplicativo de Holt-Winters: Este método se utiliza cuando la serie de datos presenta una tasa de crecimiento constante  $\beta_1$  y un patrón estacional  $SN_t$  con una variación que crece de forma multiplicativa en este caso la función de pronóstico que se utiliza es la siguiente:

$$\hat{Y}_{t+p} = (L_t + pT_t)S_{t-s+p} \quad (4.14)$$

En donde:

$$L_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-s}} + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (4.15)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \quad (4.16)$$

$$S_t = \gamma \frac{Y_t}{L_t} + (1-\gamma)S_{t-s} \quad (4.17)$$

Al igual que en el aditivo en este caso los valores de  $L_0$  y  $T_0$  se toman los valores de  $\beta_0$  y  $\beta_1$  de la Tabla IV.1, para cada una de las variables. Aquí también se calculan 4 factores estacionales de la siguiente manera:

$$S_{-3} = \frac{(Y_1/\bar{Y}_1) + (Y_5/\bar{Y}_5) + (Y_9/\bar{Y}_9) + (Y_{13}/\bar{Y}_{13})}{4} \quad (4.18)$$

$$S_{-2} = \frac{(Y_2/\bar{Y}_2) + (Y_6/\bar{Y}_6) + (Y_{10}/\bar{Y}_{10}) + (Y_{14}/\bar{Y}_{14})}{4} \quad (4.19)$$

$$S_{-1} = \frac{(Y_3/\bar{Y}_3) + (Y_7/\bar{Y}_7) + (Y_{11}/\bar{Y}_{11}) + (Y_{15}/\bar{Y}_{15})}{4} \quad (4.20)$$

$$S_0 = \frac{(Y_4/\bar{Y}_4) + (Y_8/\bar{Y}_8) + (Y_{12}/\bar{Y}_{12}) + (Y_{16}/\bar{Y}_{16})}{4} \quad (4.21)$$

El procedimiento que se sigue es el mismo que en el caso del aditivo, se calculan los pronósticos con la fórmula 4.15. Después de esto se calculan los errores y se realiza la suma de ellos al cuadrado. Los errores se obtienen de restarle el valor pronosticado al valor original en un periodo  $t$ .

Es importante mencionar que para obtener los valores adecuados de los coeficientes  $\alpha, \beta, \gamma$  se utiliza la herramienta de solver en Excel, con el objetivo de minimizar la suma de los errores y teniendo como restricciones que los valores de dichos coeficientes tienen que estar entre 0 y 1, de esta manera se encuentran los coeficientes que minimizan el error mismos que serán utilizados para los pronósticos de los periodos posteriores.

Al realizar el desarrollo de estos dos métodos para las variables que así lo requieran se busca el error más pequeño, de esta manera sabremos que método utilizar para pronosticar, si el aditivo o el multiplicativo, al realizarse ambos métodos en las variables correspondientes se dan los siguientes resultados:

**Tabla IV.4** Errores de Pronóstico

VARIABLES	ERROR	
	MÉTODO ADITIVO	MÉTODO MULTIPLICATIVO
PRIMAS EMITIDAS	310,286,056,152,169,000.00	278,606,688,959,513,000.00
PRIMAS CEDIDAS	23,037,022,290,201,200.00	21,384,118,498,518,900.00
PRIMAS RETENIDAS	166,032,881,038,592,000.00	148,318,616,379,915,000.00
PRIMAS RETENIDAS DEVENGADAS	137,992,600,369,686,000.00	116,397,083,814,761,000.00
COSTO NETO DE ADQ.	8,272,406,895,383,530.00	6,362,245,392,173,370.00
COSTO NETO DE SIN.	12,413,900,858,989,100.00	11,234,017,855,602,200.00
UTILIDAD (PERDIDA)TECNICA	37,699,364,542,220,100.00	34,311,195,191,449,800.00

De acuerdo a lo previsto en la tabla anterior podemos observar que el método adecuado es el método multiplicativo por lo que se llevará a cabo el pronóstico con este método.

#### 4. Pronóstico para periodos futuros.

Con la determinación del método más adecuado y la obtención de los parámetros correspondientes procedemos realizar el pronóstico para un tiempo de 5 años, este pronóstico se realiza en base a las formulas que cada uno de los métodos nos arroja.

Dicho pronóstico se realizo en Excel y los resultados así como las gráficas de los pronósticos están contenidos en el Capítulo 5.

## 5. Toma de decisiones en base a los resultados

Con la obtención de los pronósticos y el análisis de las gráficas que se encuentran en el Capítulo 5 se procede a la interpretación de los resultados, que información nos proporciona dicho pronóstico y que podemos concluir, sin embargo esto es materia del Capítulo siguiente.

