CAPÍTULO III

METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE SEGUROS

En este capítulo se tratan todos los conceptos básicos para el cálculo de seguros, abarcando lo relativo a normativa, variables básicas, primas, reservas, decrementos múltiples, y el estado de resultados de una aseguradora. Al final de este capitulo se explica y justifica el uso de la simulación para llegar a nuestro modelo.

3.1 Conceptos básicos y normativa

En nuestro país el proceso del cálculo actuarial de una prima de tarifa se ha realizado con base en el conocimiento, experiencia y criterio de un actuario, existen diferentes instituciones encargadas de la normatividad para el cálculo de seguros, mencionaremos los conceptos y las bases útiles para este análisis.

En cuanto a normativa nos basamos en las disposiciones la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas y del Comité de Estándares de Práctica Actuarial de la Asociación Mexicana de Actuarios A.C.. El Estándar de Práctica Actuarial No. 1 se refiere al cálculo actuarial de la prima de tarifa. El cálculo actuarial de las primas de tarifa depende de diversas características del riesgo y el plazo de los contratos, ya que esto es un factor importante para la rentabilidad de la empresa.

Primero entenderemos por cálculo actuarial al procedimiento con el que actuarialmente se determina el valor de la prima de tarifa para un seguro, la reserva de riesgos en curso o cualquier variable relacionada con un riesgo. Este proceso es necesario para determinar lo que la aseguradora le cobrará al cliente para poder realizar el contrato de seguro y cubrir un determinado riesgo.

Es importante definir la nota técnica. Esta es un documento donde se describe la metodología y las bases aplicadas para el cálculo actuarial de la prima y en la cual va sustentada la aplicación de los estándares de la práctica actuarial. En esta nota técnica se deben incluir la definición clara y precisa del riesgo y las obligaciones contractuales cubiertas, así como las características, alcances, limitaciones de la cobertura, todos los conceptos y procedimientos empleados, las fuentes de información y cualquier elemento necesario para fundamentar la prima resultante (CNSF, 2003).

En cuanto a los principios que incluye el estándar de práctica actuarial No. 1, ya mencionado, debemos tener en cuenta que la prima de tarifa es la cantidad necesaria para cubrir por lo menos el valor esperado de los costos futuros, y debe garantizar suficiencia y solidez. De igual manera debe reconocer las características individuales o particulares de la unidad expuesta al riesgo y la determinación de la misma debe sustentarse sobre bases actuariales. La prima de tarifa debe revisarse periódicamente en función de las variaciones en alguno de los elementos considerados.

En cuanto al tema de reservas tenemos que en México el proceso de valuación de reserva de riesgos en curso se ha realizado de igual manera que en la prima de tarifa. La constitución de reservas técnicamente suficientes constituye un factor decisivo para mantener solvencia en el negocio y es la base para poder hacer frente a las obligaciones con los asegurados.

La reserva de riesgos en curso es la cantidad suficiente para cubrir el valor esperado de los costos futuros de siniestralidad y otras obligaciones considerando costos de administración. En cuanto a los principios a los que se refiere el Estándar de Práctica Actuarial No.2, debemos tener en cuenta que la determinación de la reserva de riesgos en curso debe sustentarse en bases actuariales y ser congruente con las hipótesis utilizadas para el cálculo de la prima de tarifa, de igual forma deben revisarse periódicamente en función de las variaciones en los supuestos considerados originalmente conforme se tenga nueva información.

El objetivo principal de los estándares es el tener congruencia en todo momento con lo establecido en las condiciones contractuales de un producto y la nota técnica. La nota técnica y toda la documentación relacionada con los procedimientos realizados por el actuario debe estar disponible para fines de consulta, seguimiento y auditoria.

3.2 Definición de variables básicas

Para poder manejar de mejor manera las variables utilizadas en un seguro se deben de tomar en cuenta algunos conceptos importantes, los cuales definiremos a continuación.

Lo primero que debemos recordar es como definir funciones de probabilidad, ya que es necesario especificar la función de sobrevivencia para de ahí partir a otros conceptos importantes. La probabilidad de que algo persista en el tiempo para cualquier caso lo tomamos definiendo a X como la variable de lo que estamos observando y así planteamos $\Pr(X \geq x)$. La función antes mencionada la podemos aplicar a diferentes casos, si vemos a X como una persona, la función es la probabilidad de que un recién nacido rebase x, lo cual es conocido actuarialmente como la función de sobrevivencia, denotado como $s(x)$.

Una vez conocida la función de sobrevivencia podemos determinar distintos términos, ya que el tiempo restante de vida de una persona con edad x queda definido por la diferencia entre dos funciones de sobrevivencia y se conoce como $T(x)$.

Para poder realizar los cálculos pertinentes en un seguro se emplean tablas de mortalidad usando un grupo de recién nacidos, de donde se obtienen las probabilidades de sobrevivencia así como de deceso para diferentes edades. En el grupo original, el numero de vivos al inicio se denota como $l(0)$, que se traduce como el número de vivos a edad cero, es decir, el número de recién nacidos con el que se comienza. De este grupo podemos obtener el número de sobrevivientes a edad x y denotarlo como $l(x)$; ya teniendo idea de cuantos quedan en el grupo de los que iniciaron podemos sacar las probabilidades de que una persona con edad x sobreviva t años más de los que ya tiene utilizando la siguiente fórmula(Bowers & Gerber, 1997):

$$
{}_t p_x = \frac{l(x+t)}{l(x)} \tag{3.1}
$$

En algunos casos se requiere tener además de la probabilidad de que viva, la probabilidad de que muera, la cual se puede obtener como el complemento de la anterior y denotarse ${}_t q_x = 1 - {}_t p_x$, siendo esto la probabilidad de que una persona de edad x muera durante los siguientes t años.

Existe una razón de cambio, la cual nos da una idea de la velocidad con la que un individuo se aproxima a la muerte y se conoce como fuerza de mortalidad $\mu(x)$

calculándose con la derivada negativa de la función de sobrevivencia entre la función de sobre vivencia original.

Con los conceptos anteriores podemos definir:

$f_{T(x)}(t) = {}_t p_x \mu(x+t)$ = Función de densidad de $T(x)$.

$F_{T(x)}(t) = \int_0^t {}_s p_x \mu(x+s) ds$ = Función de distribución de $T(x)$

Por último debemos mencionar que es necesario tomar en cuenta la tasa de interés anual i, para el valor del dinero en el tiempo en el cálculo de los seguros y todo lo que esto implica.

3.3 Cálculo de primas

La obtención de primas es un paso importante en cuanto el cálculo de seguros, para asegurar su rentabilidad. Existen diferentes tipos de primas, las cuales se calculan bajo los mismos principios. La primera es la prima de riesgo, que toma en cuenta los beneficios que se pagaran por los riesgos amparados. La prima de gastos hace frente a los gastos administrativos que genera a la institución el seguro. Por último, lo que en realidad cobra la aseguradora es la prima de tarifa, ésta engloba las dos anteriores.

3.3.1 Prima de riesgo

La prima de riesgo es la cantidad que el cliente pagará a la aseguradora para obtener la protección prometida. El pago puede hacerse mediante prima de riesgo única, que es en una sola emisión al momento de contratar el seguro o con prima de riesgo anual, es decir en varias exhibiciones hasta cubrir el costo del seguro.

El principio más importante a tener en cuenta para obtener la prima es el de equivalencia, el cual es cuando para la compañía es indiferente tomar o no el riesgo ya que no le produce ganancia o pérdida alguna. Con el principio de equivalencia para obtener la prima suficiente, igualamos el valor presente de las primas con el valor presente de los beneficios del seguro como se muestra en las figuras 3.2 y 3.3(Bowers & Gerber, 1997) :

Caso discreto

$$P_r \sum_{k=0}^{\infty} d_{k+1} v^k \, {}_k p_x = S.A.* \left(\sum_{k=0}^{\infty} b_{k+1} v^{k+1} \, {}_k p_x q_{x+k} + c_{k+1} v^k \, {}_k p_x \right) \qquad (3.2)$$

Caso continuo

$$\overline{P}_r \int_0^{\infty} d_t v^t \, {}_t p_x dt = S.A.* \int_0^{\infty} (b_t v^t \, {}_t p_x \mu(x+t) + c_t v^t \, {}_t p_x) dt \qquad (3.3)$$

Donde:

P_r = Prima nivelada de riesgo.

$S.A$ = Suma Asegurada Nivelada.

d_{k+1} = Es el ajuste de la prima nivelada en el año k+1.

b_{k+1} = Es el ajuste de la suma asegurada en el año k+1 por el beneficio por muerte.

c_{k+1} = Es el ajuste en el año k+1 a la suma asegurada por el beneficio de sobre vivencia.

$v^k = \dfrac{1}{(1+i)^k}$, factor de descuento con tasa de interés anual.

$d_t ==$ Factor de ajuste en el tiempo t.

$b_t =$ Ajuste por muerte en el tiempo t.

$c_t =$ Ajuste por sobre vivencia en el tiempo t.

Para obtener la prima de riesgo suficiente que debe cobrar la compañía aseguradora, despejamos la P_r y entonces tenemos las ecuaciones 3.4 y 3.5 (Bowers & Gerber, 1997):

Caso discreto

$$P_r = \frac{S.A.*\left(\sum_{k=0}^{\infty} b_{k+1} v^{k+1}\,{}_k p_x q_{x+k} + c_{k+1} v^k\,{}_k p_x\right)}{\sum_{k=0}^{\infty} d_{k+1} v^k\,{}_k p_x} \tag{3.4}$$

Caso continuo

$$\overline{P}_r = \frac{S.A.*\int_0^{\infty} (b_t v^t\,{}_t p_x \mu(x+t) + c_t v^t\,{}_t p_x)dt}{\int_0^{\infty} d_t v^t\,{}_t p_x dt} \tag{3.5}$$

3.3.2 Prima de gastos

La compañía aseguradora, además de tomar en cuenta las obligaciones que va a pagar por el seguro tiene que hacer frente a los gastos administrativos que éste genera. La prima de gastos es el recargo sobre la prima de riesgo que cubre todos los gastos que la emisión y el manejo de la póliza generará a lo largo de su vigencia. Para el cálculo de esta prima es necesario obtener la prima de tarifa y la de riesgo para así restarlas y esa diferencia tomarla como la prima de gastos.

$$P_g = G - P_r \tag{3.6}$$

3.3.3 Prima de tarifa

La aseguradora para sacar a la venta un producto debe obtener la prima de tarifa, la cual es la suma de la prima de riesgo con la de gastos para así obtener el costo que saldrá al mercado. Por lo tanto nuestra prima de tarifa sería como lo muestran las ecuaciones 3.7 y 3.8 para cada caso:

Caso discreto

$$G = \frac{S.A.*\left(\sum_{k=0}^{\infty} b_{k+1} v^{k+1}\, {}_k p_x q_{x+k} + c_{k+1} v^k\, {}_k p_x\right) + \left(\sum_{k=0}^{\infty} (\%gtos_{k+1} G d_{k+1} + gtos_{k+1}) v^k\, {}_k p_x\right)}{\sum_{k=0}^{\infty} d_{k+1} v^k\, {}_k p_x} \tag{3.7}$$

Caso continuo

$$\overline{G}=\frac{S.A.*\int_{0}^{\infty}(b_{t}v^{t}\,{}_{t}p_{x}\mu(x+t)+c_{t}v^{t}\,{}_{t}p_{x})dt+\int_{0}^{\infty}(\%gtos_{t}\overline{G}d_{t}+gtos_{t})v^{t}\,{}_{t}p_{x}dt}{\int_{0}^{\infty}d_{t}v^{t}\,{}_{t}p_{x}dt} \qquad (3.8)$$

Donde:

$G=$ Prima de tarifa

$gtos_{t}=$ Gastos constantes en el tiempo t

$gtos_{k+1}=$ Gastos constantes en el tiempo k+1

$\%gtos_{k+1}=$ Porcentaje de gastos en el año k+1

$\%gtos_{t}=$ Porcentaje de gastos en el tiempo t

De las ecuaciones 3.7 y 3.8 despejamos la prima de tarifa G, obteniendo:

Caso discreto

$$G=\frac{S.A.*(\sum_{k=0}^{\infty}b_{k+1}v^{k+1}\,{}_{k}p_{x}q_{x+k}+c_{k+1}v^{k}\,{}_{k}p_{x})+\sum_{k=0}^{\infty}gtos_{k+1}v^{k}\,{}_{k}p_{x}}{\sum_{k=0}^{\infty}d_{k+1}v^{k}\,{}_{k}p_{x}-\sum_{k=0}^{\infty}(\%gtos_{k+1}d_{k+1})v^{k}\,{}_{k}p_{x}} \qquad (3.9)$$

Caso continuo

$$\overline{G} = \frac{S.A.*\int_0^\infty (b_t v^t\,{}_t p_x \mu(x+t) + c_t v^t\,{}_t p_x)dt + \int_0^\infty gtos_t v^t\,{}_t p_x dt}{\int_0^\infty d_t v^t\,{}_t p_x dt - \int_0^\infty (\%gtos_t d_t) v^t\,{}_t p_x dt} \qquad (3.10)$$

Las fórmulas antes calculadas dependen de los vectores de ajuste ***b, c, d,*** los cuales para los seguros más importantes definiremos en la siguiente tabla:

Tabla 3.1 Ajustes para primas discretas

Tipo de seguro	b_{k+1}	c_{k+1}	d_{k+1}
Vitalicio	1	0	1
Temporal a n-años	1, k<n 0, k≥n	0	1,k<n 0, k≥n
Dotal a n-años	1, k<n 0, k≥n	1, k=n	1,k<n 0, k≥n
Vitalicio con h pagos	1	0	1,k<h 0, k≥h
Dotal a n-años con h pagos	1, k<n 0, k≥n	1, k=n 0 en c.o.c	1,k<h 0, k≥h
Dotal puro a n-años	0	1, k=n 0 en c.o.c	1, k<n 0, k≥n

Fuente: Elaboración propia

3.4 Cálculo de reservas

La reserva es la diferencia entre el valor presente actuarial de los beneficios futuros y el valor presente actuarial de las primas futuras, esto se conoce como método prospectivo. El segundo método, conocido como retrospectivo, ve la diferencia entre las primas ya cobradas y las obligaciones ya cubiertas, todo en valor presente actuarial(Bowers & Gerber, 1997).

3.4.1 Reserva de Beneficios

Es la cuenta donde se guarda el dinero que recibe la aseguradora por concepto de las primas cobradas. Las fórmulas para los distintos casos se muestran en las ecuaciones 3.11, 3.12, 3.13 y 3.14 (Bowers & Gerber, 1997).

Método prospectivo continuo:

$$ {}_tV^B = S.A.*\int_0^{\infty}(b_s v^s\,{}_s p_{x+t}\mu(x+t+s)+c_s v^s\,{}_s p_{x+t})ds-\overline{P}_r\int_0^{\infty} d_s v^s\,{}_s p_{x+t}dt \qquad (3.11) $$

Método prospectivo discreto:

$$ {}_kV^B = S.A.*\left(\sum_{f=0}^{\infty} b_{f+1}v^{f+1}\,{}_f p_{x+k}q_{x+k+f}+c_{f+1}v^f\,{}_f p_{x+k}\right)-P_r\sum_{f=0}^{\infty} d_{f+1}v^f\,{}_f p_{x+k} \qquad (3.12) $$

Método retrospectivo continuo:

$$ {}_tV^B = \frac{\overline{P}_r\int_0^{t} d_s v^s\,{}_s p_{x+k}ds-S.A.*\int_0^{t}(b_s v^s\,{}_s p_{x+t}\mu(x+t+s)+c_s v^s\,{}_s p_{x+t})ds}{{}_sE_{x+t}} \qquad (3.13) $$

Método retrospectivo discreto:

$$ {}_{k}V^{B} = \frac{P_r \sum_{f=0}^{k} d_{f+1} v^{f} {}_{f}p_{x+k} - S.A.* \left(\sum_{f=0}^{k} b_{f+1} v^{f} {}_{f}p_{x+k} q_{x+k+f} + c_{f+1} v^{f} {}_{f}p_{x+k} \right)}{{}_{f}E_{x+k}} \qquad (3.14) $$

El último método es un recursivo que ayuda a hacer los cálculos más fáciles mediante Excel utilizando la ecuación de Fackler quedando la fórmula como lo muestra la ecuación 3.15.

$$ {}_{k+1}V^{B} = \frac{\left[\left({}_{k}V_{x}^{B} + P_r d_{k+1} - S.A.c_k\right)*\left(1+i\right) - S.A.*b_{k+1} q_{x+k}\right]}{p_{x+k}} \qquad (3.15) $$

Donde:

${}_{k+1}V^{B}$ = Reserva de beneficios en el año k+1.

${}_{k}V^{B}$ = Reserva de beneficios en el año k.

3.4.2 Reserva de Gastos

Análogamente a la reserva de beneficios la reserva de gastos es la diferencia pero ahora de la prima de gastos cobrada y los gastos incurridos en un periodo dado. Para calcular la reserva de gastos utilizamos la ecuación recursiva de Fackler que se muestra en la ecuación 3.16(Bowers & Gerber, 1997):

$$ {}_{k+1}V^{G} = \frac{[{}_{k}V_{x}^{G} + P_g - \left(\%gtos_{k+1} Gd_{k+1} + gtos_{k+1}\right)]*(1+i)}{p_{x+k}} \qquad (3.16) $$

Donde:

${}_{k+1}V^{G}$ = Reserva de gastos en el año k

3.4.3 Reserva Terminal

La reserva terminal es la suma de las dos reservas antes descritas, la de beneficios y la de gastos. Ésta representa lo que se debe tener para poder hacer frente a las obligaciones y a los gastos generados por el seguro durante la cobertura del mismo.

Por lo anterior tenemos que la reserva terminal es:

$$ {}_{k+1}V = {}_{k+1}V^{B} + {}_{k+1}V^{G} \qquad (3.17) $$

3.5 Definición de variables básicas en el modelo de decrementos múltiples.

En la realidad no sólo tenemos decrementos simples, ya que existen otras causas por las cuales un individuo puede dejar de formar parte del grupo de asegurados. Un ejemplo claro y muy común es cuando una persona queda invalida y deja de pagar su póliza debido a que no puede continuar trabajando y no le alcanza para cubrir la prima por lo que deja de pertenecer al grupo de observación de la aseguradora. Para esto existe un modelo con decrementos múltiples el cual se utiliza cuando tenemos más de una causa por la que el individuo puede salir del grupo. Podemos tener diferentes decrementos ya sea por muerte, por invalidez, cancelación, entre otros, lo cuales serán los utilizados en nuestro análisis. Con esto los individuos dentro del grupo dejan de pertenecer al mismo cuando se presenta alguna de las causas ya mencionadas y dependiendo de la póliza será la protección que reciba. En este caso las variables son casi las mismas que en caso de tener un solo decremento pero con algunos cambios que denotaremos a continuación.

$q_{x+k}^{(j)}$ = Probabilidad de que un individuo salga del grupo de observación por la causa j.

$q_{x+k}^{(d)}$ = Probabilidad de que una persona salga del grupo por causa de muerte.

$q_{x+k}^{(i)}$ = Probabilidad de que una persona salga del grupo por invalidez.

$q_{x+k}^{(c)}$ = Probabilidad de que la persona cancele su póliza.

${}_k p_x^{(T)}$ = Probabilidad de que una persona de edad x no se invalide, muera o cancele hasta la edad $x+k$.

Para cada causa de decremento de un modelo múltiple es posible definir un modelo de decremento simple que sólo depende de una causa particular de decremento, teniendo así la probabilidad neta de decremento(Bowers & Gerber, 1997).

$${}_t p_x'^{(j)} = e^{-\int_0^t \mu_x^{(j)}(s)ds} \qquad (3.18)$$

$${}_t q_x'^{(j)} = 1 - {}_t p_x'^{(j)} = \int_0^t {}_s p_x'^{(j)} \mu^{(j)}(x+s)ds \qquad (3.19)$$

$${}_t p_x^{(T)} = \prod_j {}_t p_x'^{(j)} \qquad (3.20)$$

$${}_t q_x'^{(j)} = 1 - ({}_t p_x^{(T)})^{{}_s q_x^{(j)} / {}_s q_x^T} \qquad (3.21)$$

Definiendo $q_x^{(j)} = \int_0^1 {}_t p_x^T \mu_x^{(j)}(t)dt$, asumiendo uniformidad de muertes sustituyendo con las fórmulas anteriores podemos obtener las siguientes probabilidades para: muerte, invalidez y cancelación.

$$q_{x+k}^{(d)} = q_x^{'(d)}\left[1 - \frac{1}{2}\left(q_x^{'(i)} + q_x^{'(c)}\right) + \frac{1}{3} q_x^{'(i)} q_x^{'(c)}\right] \qquad (3.22)$$

$$q_{x+k}^{(i)} = q_x^{'(i)}\left[1-\frac{1}{2}\left(q_x^{'(d)}+q_x^{'(c)}\right)+\frac{1}{3}q_x^{'(d)}q_x^{'(c)}\right] \tag{3.23}$$

$$q_{x+k}^{(c)} = q_x^{'(c)}\left[1-\frac{1}{2}\left(q_x^{'(d)}+q_x^{'(i)}\right)+\frac{1}{3}q_x^{'(d)}q_x^{'(i)}\right] \tag{3.24}$$

3.6 Cálculo de primas con decrementos múltiples

Como es de suponerse no tiene por que cambiar el principio de lo que es una prima y como se calcula. La diferencia entre los modelos se da en los decrementos, por lo que en decrementos múltiples se tienen diferentes beneficios dependiendo de la causa, lo cual provoca un cambio en la fórmula.

A diferencia del caso en el que se considera un solo decremento necesitamos considerar las diversas causas que podemos tener, por lo que la expresión toma la forma para cada uno de los casos queda como muestran las ecuaciones 3.25 y 3.26(Bowers & Gerber, 1997):

Caso discreto

$$P_r = \frac{S.A.*\left\{\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{j}^{m} b_{k+1}^{(j)} v^k\, {}_k p_x^{(\mathrm{T})} q_{x+k}^{(j)} + \sum_{k=0}^{\infty} c_{k+1} v^k\, {}_k p_x^{(\mathrm{T})}\right\}}{\sum_{k=0}^{\infty} d_{k+1} v^k\, {}_k p_x^{(\mathrm{T})}} \tag{3.25}$$

Caso continuo

$$P_r = \frac{\sum_{j}\int_0^{\infty} b_t^{(j)} v^t\, {}_t p_x^{(T)} \mu^{(j)}(x+t)dt + \int_o^{\infty} c_t v^t\, {}_t p_x^{(T)} dt}{\int_0^{\infty} d_t v^t\, {}_t p_x^{(T)} dt} \tag{3.26}$$

La prima de tarifa toma en cuenta la prima de riesgo para los diferentes decrementos y los gastos que emite el seguro a la compañía, quedando la siguiente fórmula.

Caso discreto

$$G=\frac{S.A*\left(\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{j}^{m}b_{k+1}^{(j)}v^{k}\,{}_{k}p_{x}^{(\mathrm{T})}q_{x+k}^{(j)}+\sum_{k=0}^{\infty}c_{k+1}v^{k}\,{}_{k}p_{x}^{(\mathrm{T})}\right)+\sum_{k=0}^{\infty}(\%gtos_{k+1}Gd_{k+1}+gtos_{k+1})v^{k}\,{}_{k}p_{x}^{(T)}}{\sum_{k=0}^{\infty}d_{k+1}v^{k}\,{}_{k}p_{x}^{(\mathrm{T})}} \quad (3.27)$$

Caso continuo

$$G=\frac{S.A.*\left\{\sum_{j}\int_{0}^{\infty}b_{t}^{(j)}v^{t}\,{}_{t}p_{x}^{(T)}\mu^{(j)}(x+t)dt+\int_{0}^{\infty}c_{t}v^{t}\,{}_{t}p_{x}^{(T)}dt\right\}+\int_{0}^{\infty}(\%gtos_{t}Gd_{t}+gtos_{t})v^{t}\,{}_{t}p_{x}^{(\mathrm{T})}dt}{\int_{0}^{\infty}d_{t}v^{t}\,{}_{t}p_{x}^{(T)}dt}$$

(3.28)

Despejando G :

Caso discreto:

$$G=\frac{S.A.*\left(\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{j}^{m}b_{k+1}^{(j)}v^{k}\,{}_{k}p_{x}^{(\mathrm{T})}q_{x+k}^{(j)}+\sum_{k=0}^{\infty}c_{k+1}v^{k}\,{}_{k}p_{x}^{(\mathrm{T})}\right)+\sum_{k=0}^{\infty}gtos_{k+1}v^{k}\,{}_{k}p_{x}^{(T)}}{\sum_{k=0}^{\infty}d_{k+1}v^{k}\,{}_{k}p_{x}^{(\mathrm{T})}-\sum_{k=0}^{\infty}\%gtos_{k+1}d_{k+1}v^{k}\,{}_{k}p_{x}^{(T)}} \quad (3.29)$$

Caso continuo:

$$G=\frac{S.A.*\left\{\sum_{j}\int_{0}^{\infty}b_{t}^{(j)}v^{t}\,{}_{t}p_{x}^{(T)}\mu^{(j)}(x+t)dt+\int_{0}^{\infty}c_{t}v^{t}\,{}_{t}p_{x}^{(T)}dt\right\}+\int_{0}^{\infty}gtos_{t}v^{t}\,{}_{t}p_{x}^{(\mathrm{T})}dt}{\int_{0}^{\infty}d_{t}v^{t}\,{}_{t}p_{x}^{(T)}dt-\int_{0}^{\infty}\%gtos_{t}d_{t}\,{}_{t}p_{x}^{(\mathrm{T})}dt} \quad (3.30)$$

3.7 Cálculo de reservas con decrementos múltiples

Análogamente a las reservas para un solo decremento calculamos las de decrementos múltiples, únicamente considerando los cambios que las diferentes causas nos exigen, como se muestra en las ecuaciones 3.31, 3.32, 3.33 y 3.34 (Bowers & Gerber, 1997).

Método prospectivo discreto:

$$
{}_kV = \left[S.A.*\sum_j \sum_{z=0}^{\infty} b_{k+z+1} v^z\, {}_z p_{x+k}^{\;(T)} q_{x+k+z}^{\;(j)} + \sum_{z=0}^{\infty} c_{k+z+1} v^z\, {}_z p_{x+k}^{\;(T)} \right]
$$

$$
+ \sum_{z=0}^{\infty} (\% gtos_{k+z+1} Gd_{k+z+1} + gtos_{k+z+1}) v^i\, {}_z p_{x+k}^{\;(\tau)} - \sum_{i=0}^{\infty} Gd_{k+z+1} v^z\, {}_z p_{x+k}^{\;(\tau)} \qquad (3.31)
$$

Método prospectivo continuo:

$$
{}_h\overline{V} = \left[S.A.*\sum_j \int_h^{\infty} b_{h+t}^{(j)} v^t\, {}_t p_{x+h}^{(T)} \mu^{(j)}(x+h+t)dt + \int_h^{\infty} c_{h+t} v^t\, {}_t p_{x+h}^{(T)} dt \right]
$$

$$
+ \int_0^{\infty} (\% gtos_t Gd_t + gtos_t) v^t\, {}_t p_{x+h}^{(T)} dt - \int_h^{\infty} Gd_t v^t\, {}_t p_{x+h}^{(T)} dt \qquad (3.32)
$$

Método retrospectivo discreto:

$$
{}_kV = \frac{G\sum_{z=0}^{k-1} d_{k+z+1} v^z\, {}_z p_{x+k}^{\;(T)} - S.A.* \left[\sum_j \sum_{z=0}^{k-1} b_{k+z+1} v^{z+1}\, {}_z p_{x+k}^{\;(T)} q_{x+k+z}^{\;(j)} - \sum_{z=0}^{k-1} c_{k+z+1} v^z\, {}_z p_{x+k}^{\;(T)} \right]}{{}_kE_x}
$$

$$
- \frac{\sum_{z=0}^{k-1} (\% gtos_{k+z+1} Gd_{k+z+1} + gtos_{k+z+1}) v^k\, {}_z p_{x+k}^{\;(\tau)}}{{}_kE_x} \qquad (3.33)
$$

Método retrospectivo continuo:

$$
{}_h\overline{V} = \frac{G\int_0^h d_t v^t\, {}_t p_x^{(T)} - S.A.* \left[\sum_j \int_0^h b_t^{(j)} v^t\, {}_t p_x^{(T)} \mu^{(j)}(x+t)dt - \int_0^h c_t v^t\, {}_t p_x^{(T)} dt \right]}{{}_hE_x}
$$

$$\frac{-\int_0^h (\%gtos_t Gd_t + gtos_t) v^t \, {}_t p_x^{(T)} dt}{{}_h E_x} \tag{3.34}$$

Fórmula recursiva de Fackler:

$${}_{k+1}V = \frac{({}_kV + S.A.*(G_{k+1} d_{k+1} - c_k) - (\%gtos_{k+1} Gd_{k+1} + gtos_{k+1}))(1+i)}{p_{x+k}{}^{(T)}}$$

$$\frac{-S.A.*\sum_{j=1}^{m} b_{k+1}{}^{(j)} * q_{x+k}{}^{(j)}}{P_{x+k}{}^{(T)}} \tag{3.35}$$

3.8 Estado de Resultados

A diferencia de las empresas manufactureras o de servicios, en las compañías de seguros es más complicado determinar la situación financiera, debido a que las salidas de cada año dependen de los riesgos que se tengan que amparar. Por lo anterior se hace importante el conocer la solvencia de la aseguradora; motivo por el cual se crean los reportes financieros. El principal objetivo de estos es medir la ganancia o pérdida económica que nos presenta la empresa.

El estado de resultados se puede obtener mediante dos métodos: Estatutario y US GAAP, el primer método utiliza la reserva de beneficios, y el segundo incluye los gastos.

Para crear el estado de resultados debemos tomar en cuenta los ingresos y egresos que se presentan. Los ingresos, están dados por: el capital inicial, las primas captadas (primas por el número de vivos) y el producto financiero. El producto financiero es la ganancia que obtiene la compañía al invertir el capital con el que cuenta en ese momento. La cantidad a invertir será la suma del capital inicial, primas captadas, la reserva acumulada hasta el año anterior y la ganancia o pérdida de los años anteriores, menos los gastos que se presenten ese año.

En los egresos debemos tomar en cuenta el porcentaje de gastos (obtenidos de multiplicar el porcentaje por la prima de tarifa), los gastos constantes, el incremento en la reserva y lo que se tenga que pagar por los siniestros presentados ese año, estos últimos calculados multiplicando la probabilidad de que ocurran, el número de vivos y la obligación que se tenga que cubrir.

Para obtener todo lo antes mencionado, se necesita tener datos como el número de personas que empiezan el año, la probabilidad de que se presente el siniestro y el monto de la prima, entre las más importantes.

Una vez habiendo calculado los ingresos y egresos, restando unos con otros respectivamente obtenemos la pérdida o ganancia que ese año nos arroja, con lo que la empresa puede darse cuenta de la solvencia que tiene.(Bowers & Gerber, 1997)

3.9 Modelación y Simulación

La metodología que se aplica en la modelación de cualquier fenómeno actuarial está compuesta de las siguientes etapas:

1. Formulación del problema.- En esta etapa se plantea que es lo que se desea observar, conocer y representar ya que de esto depende la naturaleza del modelo a desarrollar.
2. Estructuración del modelo.- En esta etapa se separa la información obtenida y se clasifica por el tipo de variables, en las que no son importantes, las variables exógenas y endógenas, y se define la relación entre ellas.
3. Aplicación del modelo.- En esta etapa se verifica que es lo que se tiene y si con lo analizado se puede obtener la información necesaria y usar el modelo para hacer las predicciones que se requieren. Darse cuenta si el modelo es adecuado y satisface la situación.
4. Validación del modelo.- En este paso se usa el modelo para hacer predicciones que se puedan comparar con datos existentes o sentido común. Este paso no siempre es posible realizarlo ya que en algunos casos no es fácil obtener la información para comparar los resultados.

Como hemos entendido hasta ahora un modelo es un sistema de supuestos, información e inferencias presentadas como una descripción matemática, por lo que la modelación es el proceso de llegar al sistema antes mencionado(Jones, 2000).

La modelación de portafolios de seguros de vida se podría definir como el proceso en el cual se aplica una cierta metodología a un portafolio ya existente con la intención de llegar a un modelo, el cual nos permite adecuar cualquier póliza en el portafolio para que esta sea suficiente.

Dado el planteamiento de este proyecto, es necesario mencionar brevemente los conceptos básicos que de la simulación vamos a aplicar, es decir, la simulación para fines de nuestra tesis la veremos como un proceso iterativo, ya que para que el modelo sea confiable deben suponerse suficientes casos hasta llegar a uno que se apegue lo más que se pueda a la realidad, es decir que el comportamiento de las variables concuerde con el comportamiento registrado en el pasado. En pocas palabras podemos decir que la simulación es el proceso que con base en la repetición asegura la confiabilidad de un modelo.

En particular, para validar nuestro modelo se requiere de la simulación ya que para utilizarlo va a ser necesario representar de alguna manera los datos que esperamos registrar a futuro.

Para diferenciar bien lo que es el la modelación y la simulación dentro de este proyecto podríamos definir que la modelación es el desarrollo de ecuaciones, constantes y reglas lógicas mientras que la simulación es la ejecución del modelo.