

ANEXO 2

PROBABILIDAD DE MUERTE

${}_n D_x$ es el número de defunciones de personas entre edades cumplidas x y $x+n-1$.

${}_n \bar{N}_x$ es la población media de personas entre edades cumplidas x y $x+n-1$.

${}_n d_x$ es el número esperado de muertes de personas entre edades cumplidas x y $x+n-1$. Se define como el número de personas que había a edad x (l_x) menos los que alcanzaron los $x+n$ años (l_{x+n}).

${}_n L_x$ son los años-persona o tiempo vivido por el cohorte entre edades x y $x+n$ y puede ser expresado por:

$${}_n L_x = n * l_{x+n} + {}_n A_x$$

donde $n * l_{x+n}$ es el número de años persona vividos por los miembros del cohorte quienes han sobrevivido al intervalo de n años y ${}_n A_x$ se define como el número de años persona vividos por los miembros del cohorte que murieron en el intervalo. Es decir, el tiempo vivido por aquellos que murieron antes de llegar a los años $x+n$ años cumplidos. Lo anterior se puede expresar de la siguiente manera:

$${}_n L_x = n * l_{x+n} + {}_n a_x * {}_n d_x$$

donde ${}_n a_x$ se refiere al número promedio de años persona vividos por cada persona que murió antes de los $x+n$ años cumplidos. De la ecuación anterior se puede llegar a lo siguiente:

$${}_n L_x = n * (l_x - {}_n d_x) + {}_n a_x * {}_n d_x$$

despejando l_x :

$$n * l_x = {}_n L_x + n * {}_n d_x - {}_n a_x * {}_n d_x$$

$$l_x = \frac{1}{n} [{}_n L_x + (n - {}_n a_x) * {}_n d_x]$$

Por otro lado, ${}_n q_x = \frac{{}_n d_x}{l_x}$ se define como la probabilidad de que una persona de edad exacta x muera en los

siguientes n años. Por lo tanto, al sustituir l_x en ${}_n q_x$ se tiene lo siguiente:

$${}_n q_x = \frac{{}_n d_x}{l_x} = \frac{n * {}_n d_x}{[{}_n L_x + (n - {}_n a_x) * {}_n d_x]}$$

posteriormente, al dividir el denominador y el numerador por ${}_n L_x$ se llega a la siguiente expresión:

$${}_n q_x = \frac{\frac{n * {}_n d_x}{{}_n L_x}}{\frac{{}_n L_x}{{}_n L_x} + (n - {}_n a_x) * \frac{{}_n d_x}{{}_n L_x}} = \frac{n * {}_n m_x}{1 + (n - {}_n a_x) * {}_n m_x}$$

En este punto, la demostración depende únicamente del término ${}_n a_x$ que suponiendo que las personas mueren de manera uniforme durante el intervalo entonces, en promedio todas mueren a la mitad del mismo con lo cual se llega a lo siguiente:

$${}_n q_x = \frac{n * {}_n m_x}{1 + \frac{n}{2} * {}_n m_x} = \frac{2 * n * {}_n m_x}{2 + n * {}_n m_x}$$