

Capítulo Dos

Capítulo Dos

MARCO TEÓRICO

Debido a que el éxito empresarial en gran medida depende de lo que se haga o deje de hacer, la toma de decisiones ha sido una actividad en el mundo de las organizaciones desde el inicio de su historia. En un principio la intuición y el buen juicio eran las únicas alternativas de las que echaba mano el administrador para decidir el rumbo de la empresa. Fue la llegada de la computadora, lo que dio lugar a una nueva forma de tomar decisiones, esta innovación tecnológica ha proveído de numerosas técnicas matemáticas (programación lineal, análisis de regresión y series de tiempo) que son una herramienta útil y complementaria a la intuición y juicio en el proceso de toma de decisiones.

Con frecuencia, la necesidad de tomar decisiones parece ser la única constante de la acción administrativa, pues el entorno, el individuo y la organización cambian constantemente, es por ello que es indispensable que el administrador moderno se apoye de los métodos cuantitativos necesarios para anticipar o pronosticar los posibles futuros escenarios y así mejorar la calidad de sus decisiones.

2.1 Pronósticos en la Planeación Estratégica¹.

Planear significa diseñar un futuro deseado e identificar las formas para lograrlo. La planeación estratégica permite observar la cadena de consecuencias (causas y efectos) durante un tiempo determinado, en relación a una decisión real o intencionada que podría

¹ Esta información se basa principalmente del libro “Planeación Estratégica” de Steiner A. George.

tomar algún ejecutivo y las posibles alternativas de cursos de acción. Al escoger alternativas, estas se convierten en la base para la toma de decisiones presentes.

La planeación estratégica es un proceso que se inicia con el establecimiento de metas organizacionales, define estrategias y políticas para lograr estas metas y desarrolla planes para asegurar la implantación de estrategias y políticas y así lograr los objetivos y propósitos básicos de las compañía.

La esencia de la planeación estratégica consiste en la identificación de oportunidades y peligros que surgen en el futuro, los cuales combinados con otros elementos importantes crean la base para que una empresa tome mejores decisiones en el presente, permitiéndole explotar oportunidades y evitar peligros.

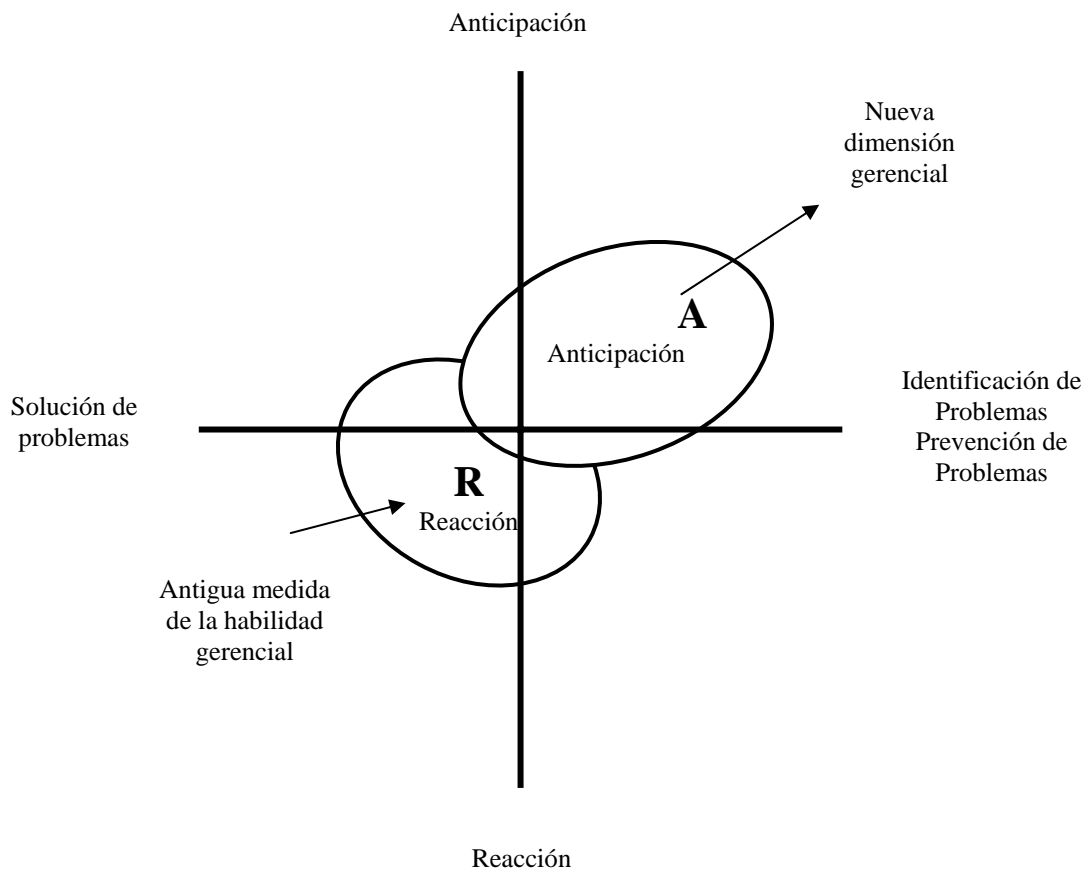
2.2 La importancia de la anticipación según Drucker y Barker.

La anticipación es la habilidad de prever y de observar con antelación. Peter Drucker, en *La gerencia en tiempos turbulentos(1980)* escribe sobre las habilidades que necesita un gerente competitivo y sugiere que una de las habilidades gerenciales más importantes durante los tiempos de agitación es la anticipación. Él notó que casi todos aquellos que tienen éxito en la gerencia muestran grandes destrezas para resolver problemas de forma reactiva, es decir cuando un problema se presenta lo resuelven.

Como se puede observar en la figura 2.1 la antigua medida de la habilidad gerencial era la capacidad de reaccionar y de cierta manera así se juzgaba la efectividad de los administradores.

De acuerdo con Druker (1980) los gerentes deben mejorar sus habilidades en el cuadrante de la nueva dimensión gerencial, es decir en el área de la anticipación, ya que es aquí precisamente donde pueden detectarse las oportunidades y posibles amenazas para el futuro de la organización.

Figura 2.1 Nueva dimensión de la habilidad gerencial



Es entonces en la actualidad muy importante en el mundo de los negocios actuar de forma proactiva, en lugar de reaccionar invariablemente ante los constantes cambios del entorno interno y externo a la empresa, su equipo administrativo debe ocupar una parte importante del tiempo en la prevención y proyección de los posibles futuros escenarios.

Según Barker (1995), con la exploración estratégica se pueden descubrir cuales son los posibles futuros y, una vez que se determine que es lo posible, se estará en posición de anticiparlo. La exploración estratégica consta de cinco componentes y los define de la siguiente manera:

- 1. Comprensión de las influencias.** Capacidad de comprender todo aquello que influencia las percepciones cuando se dispone a emprender las exploraciones.
- 2. Pensamiento divergente.** Ingenio necesario para descubrir más de una respuesta correcta.
- 3. Pensamiento convergente.** Las habilidades del pensamiento que permiten la integración focalizada de los datos y el establecimiento de prioridades en las elecciones.
- 4. Proyección.** Capacidad para configurar los caminos que le muestren cómo llegar del presente al futuro.

5. Imaginación. Habilidad para representar con palabras, dibujos o modelos lo que se ha encontrado en las exploraciones sobre el futuro.

Barker señala en su exploración estratégica que uno de los pasos fundamentales para la anticipación es la proyección, siendo este el tema principal del presente trabajo.

En concordancia con todo lo anterior las autoras de la presente tesis conceden esencial importancia a los pronósticos dentro de las organizaciones, siendo esta una acción que puede sustentar y otorgar un camino más seguro a la misma.

2.3 Los pronósticos en los negocios.

Antes de iniciar con la descripción de los métodos de pronósticos se definirá al pronóstico como: la estimación anticipada del valor de una variable. Por ejemplo un pronóstico para determinar la demanda futura de la empresa, se obtiene haciendo una extrapolación a partir de los resultados pasados en ciertas variables concernientes a las ventas y al mercado; esta extrapolación o proyección hacia el futuro es lo que se conoce como pronóstico.

Por lo anterior, se puede decir que el propósito de los pronósticos es obtener conocimiento sobre eventos futuros inciertos que deben ser tomados en cuenta en la toma de decisiones presentes.

2.4 Consideraciones importantes sobre los pronósticos

Spyros Makridakis, en Pronósticos estrategia y planificación para el siglo XXI (1993), señala que un requisito previo para cualquier clase de pronóstico, sea de juicio o estadístico, es que haya una norma o una relación correspondiente al hecho de que se trate, es decir si existe una pauta o relación y se puede identificar correctamente después se puede utilizar para el pronóstico.

La segunda consideración es que las relaciones pueden cambiar con el tiempo, por lo que una condición determinante para el acierto en el pronóstico es que las pautas y relaciones, una vez identificadas y medidas permanezcan constantes.

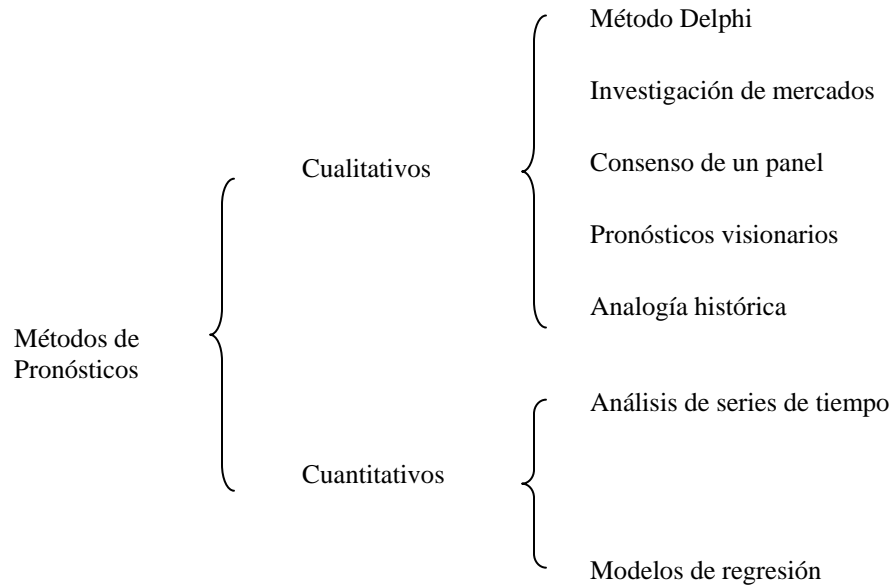
La última consideración se relaciona con el plazo del pronóstico en virtud de que entre más lejano sea dicho plazo, mayor es la probabilidad de que las pautas y las relaciones establecidas varíen, provocando la inutilidad de ellos.

2.5 Métodos de pronóstico

Los métodos de pronóstico se dividen en dos grandes grupos. El primer grupo se refiere a los métodos cualitativos, estos se basan fundamentalmente en el uso de la experiencia, intuición y buen juicio de los que elaboran los pronósticos. Por otro lado los métodos cuantitativos hacen uso de la estadística para analizar la información histórica para la

elaboración de las proyecciones. En la figura 2.2 se presenta una clasificación de los métodos de pronóstico.

Figura 2.2 Clasificación de los Métodos de Pronóstico.



Fuente: Mendoza

Es importante señalar que no es correcto o conveniente inclinarse totalmente por uno de estos métodos, sino más bien se cree que quien pronostica de manera más efectiva es capaz de formular una hábil mezcla de buen juicio y técnicas cuantitativas de pronósticos.

El interés principal de esta tesis son los métodos cuantitativos de regresión y series de tiempo, mismos que se describen en las secciones siguientes.

2.6 Análisis de Regresión Simple².

El análisis de regresión es una técnica estadística utilizada para describir relaciones entre variables. Una relación es expresada en la forma de una ecuación. El caso más simple a examinar es aquél en que una variable y , llamada variable dependiente, pueda ser relacionada a otra variable x , denominada variable explicativa o independiente. Si se cree que la relación entre y y x es lineal, la ecuación que expresa esta relación será la ecuación de una línea:

$$y = b_0 + b_1x$$

Si una gráfica de todas las coordenadas (x, y) es construida, b_0 representa el punto donde la línea cruza el eje vertical (el eje de las y 's) y b_1 representa la pendiente de la línea. Cabe destacar que la ecuación anterior representa una relación exacta o determinística.

En los negocios y en la economía las relaciones exactas son la excepción más que la regla. A pesar de ello, puede ser deseable describir la relación entre variables en forma de ecuación. Esto puede realizarse estimando los valores de b_0 y b_1 . Para ello se necesita una definición de lo que significa para una línea ser la mejor línea ajustada. El criterio del mejor ajuste lineal más utilizado es el llamado criterio de “la suma mínima de errores al cuadrado”, o lo que es lo mismo el “criterio de cuadrados mínimos”.

² Esta sección se basa principalmente en el libro de Terry Dielman “Applied Regression Analysis” y en el libro “Estadística para Administración y Economía” de Anderson Sweeney y Williams.

2.7 El criterio de cuadrados mínimos.

Considere una pareja de valores reales y_i y x_i , se denotará a \hat{y}_i como el valor predicho por la línea ajustada, donde $\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$. Con lo anterior es posible definir el error asociado a la estimación como $e_i = y_i - \hat{y}_i$. Para que la línea ajuste a los datos con precisión los errores en su conjunto deben minimizarse. Esto debe hacerse tomando en cuenta cada pareja de datos (x_i, y_i) .

Matemáticamente el criterio de cuadrados mínimos busca minimizar,

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2$$

Utilizando cálculo diferencial puede demostrarse que los estimadores de b_0 y b_1 que minimizan la suma de los errores al cuadrado son:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

2.8 Regresión Múltiple.

En el apartado anterior el método de cuadrados mínimos fue utilizado para encontrar la ecuación de una línea que mejor describe la relación entre una variable dependiente y y una variable explicativa x . En las aplicaciones de negocios y economía, sin embargo, puede existir más de una variable independiente que explique la variación en la variable dependiente. Así, es posible obtener una ecuación de la forma

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_kx_k$$

donde x_1, x_2, \dots, x_k son las variables explicativas y b_0, b_1, \dots, b_k son los coeficientes de la ecuación a estimar. El criterio de cuadrados mínimos también puede utilizarse para construir ecuaciones que incluyen más de una variable explicativa. Estas ecuaciones son conocidas como ecuaciones de regresión múltiple. Como antes, el objetivo es encontrar b_0, b_1, \dots, b_k tal que la suma de cuadrados del error, $\sum_{i=1}^n e_i^2$, es minimizada³. Aunque no se incluyen las fórmulas para obtener cada una de las b 's, cabe comentar que éstas dependen de las observaciones de y y las observaciones de las x 's.

2.9 La prueba de hipótesis t simple.

Se pueden realizar pruebas de hipótesis acerca de cada una de las b 's. La prueba de hipótesis más común es:

³ Ahora $\hat{y}_i = b_0 + b_1x_{1i} + b_2x_{2i} + \dots + b_kx_{ki}$

$$H_0 : b_i = 0$$

$$H_a : b_i \neq 0$$

Donde H_0 representa la hipótesis nula y H_a la hipótesis alternativa. La hipótesis nula enuncia que la pendiente de la línea de regresión es cero correspondiente a la variable explicativa x_i . Esto significaría que no hay relación lineal entre y y x_i , por lo que el conocimiento de x_i no ayudaría a explicar la variación en y . La hipótesis alternativa establece que la pendiente no es igual a cero, esto es, x_i y y están linealmente relacionados, por lo que el conocimiento de x_i proporciona información concerniente al valor asociado de y .

Para probar estas hipótesis un estadístico t con $n-k-1$ grados de libertad es usado:

$$t = \frac{b_i}{s_{b_i}}, \text{ donde } s_{b_i} \text{ es el error estándar de } b_i.$$

Para decidir si se acepta o rechaza la hipótesis nula, un nivel de significancia, α , debe escogerse. El nivel de significancia es la probabilidad de cometer el error tipo I, esto es, α es igual a la probabilidad de rechazar la hipótesis nula si la hipótesis es verdadera. Típicamente los valores usados para α son $.01$, $.05$ y $.1$. La regla de decisión para la prueba es:

Rechace H_0 si $t > t_{\alpha/2}$ o $t < -t_{\alpha/2}$

Acepte H_0 si $-t_{\alpha/2} \leq t \leq t_{\alpha/2}$

El valor $t_{\alpha/2}$ es llamado el valor crítico. Un valor t es usado con $\alpha/2$ de probabilidad en cada cola de una distribución t con $n-k-1$ grados de libertad.

La mayoría de los programas de regresión⁴ reportan el valor p asociado con la prueba estadística t . El valor de p es la probabilidad de obtener un valor de t al menos tan extremo como el valor calculado si la hipótesis nula es verdadera. El valor p puede verse como el mínimo nivel de significancia, α , que puede escogerse para la prueba y que resulta en el rechazo de la hipótesis nula. Entonces, una regla de decisión (equivalente a la anterior) usando p puede establecerse como:

Rechace H_0 si $p < \alpha$

Acepte H_0 si $p \geq \alpha$

2.10 El Coeficiente de Determinación.

El coeficiente de determinación (denotado como R^2) es una medida de la bondad de ajuste de la línea de regresión. La R^2 proporciona una medida de qué tanto la línea de regresión se acerca a los datos. Antes de establecer la fórmula del coeficiente de determinación es útil mostrar ciertas igualdades algebraicas.

⁴ Minitab no es la excepción.

Elevando al cuadrado y sumando la igualdad $y_i - \bar{y} = (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{y}_i - \bar{y})$ se obtiene⁵: $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ o utilizando la notación descrita más adelante $SST = SSE + SSR$. Cada término en la ecuación es una suma de cuadrados y tiene una interpretación especial en análisis de regresión.

$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$, es llamada suma total de cuadrados (total sum of squares) y es interpretada como la variación total de y .

$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$, llamada suma de errores al cuadrado (error sum of squares) en ocasiones es denominada como la suma de cuadrados no explicada. SSE se entiende como una medida de la variación de y no explicada por la regresión, y

$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$, llamada suma de cuadrados de la regresión (regression sum of squares).

Los términos en SSR, $\hat{y}_i - \bar{y}$, son medidas de la mejora obtenida por usar regresión lineal en lugar de utilizar la media para predecir. SSR es frecuentemente referida como la suma de cuadrados explicada o como una medida de la variación de y explicada por la regresión.

⁵ $\bar{y} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}$, la media de y .

Entonces, el coeficiente de determinación está dado por,

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

El resultado es la proporción de la variación de y explicada por la regresión. La R^2 toma valores entre 0 y 1. Entre más se acerque el valor de R^2 a 1, el ajuste de la línea de regresión a los datos es mejor. Una forma alternativa para encontrar la R^2 es,

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

2.11 Pronósticos en el Análisis de Regresión.

Una vez encontrados los valores de los coeficientes b 's, para la elaboración de los pronósticos en el periodo $n + 1$ o $n + k$ se deben introducir en la ecuación encontrada los valores de las x 's que se estime prevalecerán en esos periodos, esto es,

$$\hat{y}_{n+1} = b_0 + b_1x_{1,n+1} + b_2x_{2,n+1} + \dots + b_kx_{k,n+1}. \text{ Cuando el investigador tiene el control sobre}$$

algunas de las variables independientes basta con que se introduzcan a la ecuación los niveles deseados de las x 's. Para aquellas variables independientes que el investigador no tenga bajo su control es posible utilizar técnicas de series de tiempo para predecir los valores futuros correspondientes.

2.12 Series de Tiempo⁶.

Muchos métodos de pronósticos se basan en el concepto de la existencia de un patrón subyacente en las series de tiempo, y que ese patrón puede distinguirse de la aleatoriedad mediante el suavizamiento (o el promedio) de valores pasados. En muchos casos el patrón puede descomponerse en sub-partes que identifican separadamente a cada componente de la serie de tiempo. Tal separación ayuda frecuentemente a un mejor entendimiento de la serie, lo que a su vez facilita la precisión de los pronósticos.

Los métodos de descomposición tratan de identificar dos componentes del patrón básico subyacente que tienden a caracterizar las series económicas y de negocios. Estos componentes son los de tendencia-ciclo y los factores estacionales. Los factores estacionales se relacionan con fluctuaciones periódicas. La tendencia-ciclo representa cambios de largo plazo en el nivel de la serie. En adición a los componentes del patrón, se asume que está presente un elemento de error o aleatoriedad.

La descomposición asume que los datos son creados como sigue:

$$\text{Datos} = \text{patrón} + \text{error}$$

$$Y_t = f(S_t, T_t, E_t)$$

Donde Y_t es el valor de la serie de tiempo (el dato real) en el periodo t ,

S_t es el componente estacional (o índice) en el periodo t ,

T_t es el componente de tendencia-ciclo en el periodo t , y

⁶ Esta parte se obtuvo fundamentalmente del libro "Forecasting Methods and Applications" de Makridakis, Wheelwright y Hyndman.

E_t es el componente irregular en el periodo t .

Un enfoque común es asumir que la ecuación tiene una forma aditiva

$$Y_t = S_t + T_t + E_t$$

Alternativamente, la descomposición multiplicativa tiene la forma

$$Y_t = S_t \times T_t \times E_t$$

Un modelo aditivo es apropiado si la magnitud de las fluctuaciones no varían con el nivel de la serie. Si las fluctuaciones estacionales crecen o decrecen proporcionalmente con incrementos o decrementos en el nivel de la serie, el modelo multiplicativo es apropiado. La descomposición multiplicativa predomina en las series económicas porque la mayoría de ellas tiene variaciones estacionales que incrementan con el nivel de las series.

2.13 La Tendencia-Ciclo y los Promedios Móviles.

En una descomposición la tendencia-ciclo puede estimarse mediante el suavizamiento de la serie. Existen varias formas de suavizar una serie, sin embargo sólo se mencionará la más simple y antigua forma de suavizamiento, el promedio móvil.

El término promedio móvil es usado para describir este procedimiento porque cada promedio es calculado desechando la observación más antigua e incluyendo la siguiente observación.

Los promedios móviles simples pueden definirse para cualquier orden impar. Un promedio móvil de orden k (o k MA), donde k es un entero impar, es definido como el promedio de una observación y los $m = (k-1)/2$ puntos en cada lado tal que:

$$T_t = \frac{1}{k} \sum_{j=-m}^m Y_{t+j}$$

En general, un promedio móvil ponderado de orden k puede escribirse como:

$$T_t = \sum_{j=-m}^m a_j Y_{t+j}$$

2.14 La Descomposición Aditiva.

En esta sección asumiremos que contamos con una serie de tiempo aditiva de la forma que se describió anteriormente. También supondremos que la serie es mensual, por lo tanto el periodo estacional será 12.

La descomposición clásica puede llevarse a cabo usando los siguientes cuatro pasos:

Paso 1. La serie de tendencia-ciclo es calculada usando un promedio móvil centrado de orden 12.

Paso 2. La serie sin tendencia se obtiene sustrayendo la tendencia-ciclo encontrada en el paso 1 de los datos originales, dejando los términos estacionales e irregulares. Esto es,

$$Y_t - T_t = S_t + E_t$$

Paso 3. Una vez que el componente de tendencia-ciclo es removido, el componente estacional es relativamente fácil de estimar. En la descomposición clásica se asume que el componente estacional es constante año con año. Por lo tanto sólo es necesario calcular un valor para cada mes. El conjunto de 12 valores que son repetidos para obtener el componente estacional son conocidos como los índices estacionales.

Para encontrar el componente estacional se reúnen todos los valores des-estacionalizados para un mes dado y se toma el promedio. Entonces, el índice estacional para enero es el promedio de todos los valores des-estacionalizados de enero, y así sucesivamente.

Paso 4. Finalmente, la serie irregular E_t se obtiene restando la estacionalidad y tendencia-ciclo estimadas de los datos originales de la serie, es decir,

$$E_t = Y_t - T_t - S_t$$

2.15 La Descomposición Multiplicativa.

La descomposición multiplicativa es similar al procedimiento aditivo excepto porque se utilizan razones en lugar de diferencias. En este método también supondremos que la serie es mensual.

Paso 1. La serie de tendencia-ciclo es calculada usando un promedio móvil centrado de orden 12.

Paso 2. La serie sin tendencia R_t se obtiene dividiendo la serie original entre la serie de tendencia-ciclo encontrada en el paso 1. Esto es,

$$R_t = \frac{Y_t}{T_t} = \frac{S_t \times T_t \times E_t}{T_t} = S_t \times E_t$$

Paso 3. Como en la descomposición aditiva, los índices de estacionalidad son estimados promediando todos los valores sin tendencia R_t para cada mes.

Paso 4. La serie irregular E_t se calcula como la división de los datos originales entre los componentes de tendencia y estacionalidad.

$$E_t = \frac{Y_t}{S_t \times T_t}$$

2.16 Pronósticos en la Descomposición.

Existen muchas formas de desarrollar pronósticos basados directamente en la descomposición. Los elementos individuales son proyectados en el futuro y reunidos para formar un pronóstico. Aunque esto parezca un enfoque razonable, en la práctica es raro que funcione. La principal dificultad es la de obtener pronósticos adecuados para los componentes⁷.

⁷ Sacado de la página 125 del libro "Forecasting Methods and Applications" de Makridakis, Wheelwright y Hyndman.

En el paquete Minitab los pronósticos en la descomposición multiplicativa se obtienen con una línea de regresión que captura la tendencia multiplicada⁸ por los índices estacionales y, en la descomposición aditiva, sumando la regresión con los índices estacionales⁹.

2.17 Medidas de Precisión de los Pronósticos.

Antes de presentar los métodos de pronósticos de suavizamiento exponencial, se definirán en esta sección algunas medidas de la precisión de los pronósticos. Si Y_t es la observación real para el periodo t y F_t es el pronóstico de ese periodo, entonces el error es definido como

$$e_t = Y_t - F_t$$

Usualmente, F_t es calculado usando los datos Y_1, Y_2, \dots, Y_{t-1} . F_t es un pronóstico de un paso porque está pronosticando un periodo adelante de la última observación usada en el cálculo. Entonces, e_t es el error de un paso, es la diferencia entre la observación Y_t y el pronóstico calculado con todas las observaciones anteriores pero sin incluir a Y_t .

Si hay observaciones y pronósticos para n periodos, entonces habrá n términos de error y las siguientes medidas estadísticas pueden definirse:

⁸ La regresión que captura la tendencia tiene la forma $\hat{y} = a + bt$, entonces $T = \hat{y}$.

⁹ Ver el tema “Forecasting-Decomposition” y “How Minitab Does Decomposition” en la ayuda de Minitab.

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t, \text{ el promedio del error (mean error)}$$

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |e_t|, \text{ el promedio del error o desviación absoluta (mean absolute deviation)}$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2, \text{ el promedio del error al cuadrado (mean squared error)}$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{e_t}{Y_t} \right| \times 100, \text{ el promedio del error porcentual absoluto (mean absolute}$$

percentage error)

El ME es muy probable que sea pequeño toda vez que los errores positivos y negativos tienden a compensarse uno con el otro. De hecho, el ME proporciona una medida del sesgo del pronóstico. El MAD es definido primero volviendo todos los errores positivos al tomar el valor absoluto y después se promedian. Una idea similar está detrás de la definición de MSE, donde los errores se hacen positivos al elevar al cuadrado cada uno y después son promediados. El MAD tiene la ventaja de ser fácil de interpretar mientras que el MSE es más manejable matemáticamente. Cada una de las estadísticas mencionadas dependen de la escala de los datos, exceptuando el MAPE que es una medida relativa del error.

2.18 Métodos de Suavizamiento Exponencial

En este apartado se considerarán una variedad de métodos de suavizamiento cuya finalidad es la de obtener pronósticos. Toda vez que estos métodos ponderan

desigualmente a la información pasada y que estas ponderaciones decaen en forma exponencial de la información más reciente a la más distante, son conocidos como métodos de suavizamiento exponencial.

Dichos métodos requieren que ciertos parámetros sean definidos, mismos que varían de 0 a 1. El método más sencillo es el Suavizamiento Exponencial Simple para el cual sólo un parámetro debe ser estimado, α , este procedimiento es utilizado para series sin tendencia ni estacionalidad. El Suavizamiento Exponencial Doble¹⁰ utiliza dos parámetros, α , β , y es adecuado para pronosticar series con tendencia. El método de Winters¹¹ maneja tres parámetros, α , β y γ , y es útil para series con tendencia y estacionalidad.

Los parámetros α , β y γ de los métodos exponenciales pueden encontrarse minimizando el MSE o el MAPE usando un algoritmo de optimización no lineal. Dicha tarea es factible mediante el uso de paquetes estadísticos como Minitab.

2.19 El Suavizamiento Exponencial Simple.

Suponga que se desea pronosticar el valor siguiente de la serie de tiempo Y_t el cual aún no es observado. El pronóstico es denotado por F_t o por \hat{Y}_t . Cuando la observación Y_t está disponible, el error del pronóstico es $Y_t - F_t$. El método de pronóstico del

¹⁰ Este método también se conoce como el método de Holt.

¹¹ También conocido como el método de Holt-Winters.

suavizamiento exponencial toma el pronóstico del periodo anterior y lo ajusta usando el error del pronóstico. Esto es, el pronóstico para el próximo periodo es

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(Y_t - F_t)$$

donde α es una constante entre 0 y 1.

En la ecuación anterior puede verse que el nuevo pronóstico es simplemente el viejo pronóstico más un ajuste por el error ocurrido en el último pronóstico. El error del pronóstico pasado es usado para corregir el próximo pronóstico en una dirección opuesta a ese error. Cuando α tiene un valor cercano a 1, el nuevo pronóstico incluirá un ajuste sustancial por el error del pronóstico anterior. A la inversa, cuando α es cercano a 0, el nuevo pronóstico incluirá muy poco ajuste. Otra forma de escribir la ecuación anterior es:

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha)F_t$$

que después de ser expandida resulta en:

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + \alpha(1 - \alpha)Y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 Y_{t-2} + \alpha(1 - \alpha)^3 Y_{t-3} + \alpha(1 - \alpha)^4 Y_{t-4} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^{t-1} Y_1 + (1 - \alpha)^t F_1$$

Entonces, F_{t+1} representa un promedio móvil ponderado de todas las observaciones pasadas, además con la ecuación anterior se observa que las ponderaciones disminuyen exponencialmente conforme se avanzan hacia atrás en el tiempo, de allí que los métodos analizados se denominan métodos exponenciales.

2.20 El Suavizamiento Exponencial Doble.

El Suavizamiento Exponencial Doble es una extensión del suavizamiento simple que permite realizar pronósticos en datos con tendencia. En este método de pronóstico se utilizan dos constantes, α y β (con valores entre 0 y 1), y tres ecuaciones.

$$L_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$$

$$F_{t+m} = L_t + b_t m$$

L_t denota el nivel estimado de la serie en el tiempo t y b_t denota un estimado de la pendiente de la serie en el tiempo t . La última ecuación es usada para pronosticar m periodos adelante.

2.21 El Método de Winters.

Si los datos exhiben tendencia y estacionalidad el método de Winters es apropiado. En este método tres constantes, α , β y γ . Las ecuaciones básicas del método son como sigue:

$$L_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$$

$$S_t = \gamma \frac{Y_t}{L_{t-s}} + (1 - \gamma) S_{t-s}$$

$$F_{t+m} = (L_t + b_t m) S_{t-s+m}$$

L_t denota el nivel estimado de la serie en el tiempo t , b_t es un estimado de la pendiente de la serie en el tiempo t , s es la longitud de la estacionalidad, S_t es el componente estacional y F_{t+m} es el pronóstico de m periodos adelante.