

**Universidad de las Américas Puebla**  
Escuela de Ingeniería  
Departamento de Computación, Electrónica y Mecatrónica  
Doctorado en Sistemas Inteligentes



**Uso de Asimilación de Datos para el  
Análisis de Electroencefalograma  
Cuantitativo**

Tesis que para obtener el grado de Doctor en Sistemas  
Inteligentes presenta:

Lizbeth Peralta-Malvárez  
ID: 141614

**Director:** Dr. Gibran Etcheverry  
**Co-directora:** Dra. Rocio Salazar Varas

Santa Catarina Mártir, San Andrés Cholula, Puebla

Otoño 2020



## Resumen

Los seres humanos siempre hemos tenido un interés particular tanto en entendernos a nosotros mismos como al entorno con el que interactuamos. Un ejemplo de esta búsqueda del conocimiento sería el estudio de nuestro propio cerebro. Aunque hemos creado herramientas y metodologías para estudiar su estructura y complejidad, aún tenemos dudas sobre su desempeño durante tareas diarias, las emociones, y los sentimientos. Para entender estos fenómenos, la neurociencia, con ayuda de herramientas computacionales, analiza tanto imágenes como actividad eléctrica del cerebro. Una de las técnicas usadas para analizar la señal cerebral es la asimilación de datos (DA), que combina el modelado numérico y las observaciones que mejor representen el estado del sistema. Aún cuando DA se ha usado para analizar el cerebro, otras disciplinas como la aeroespacial, navegación de sistemas y meteorología han tenido más desarrollo y estudio con esta técnica.

En esta tesis se presenta una metodología que combina el uso de DA junto con técnicas de electroencefalograma cuantitativo (QEEG). Para esto, se eligió como método DA el filtro de Kalman en ensamble (EnKF) y como métodos de análisis QEEG la coherencia y la potencia espectral. La primera se utiliza para seleccionar los sensores más relevantes, mientras que la segunda tiene como objetivo evaluar los cambios en las bandas de frecuencia. Con esta información, podemos empezar a entender cómo los electrodos de diferentes áreas del cerebro contribuyen o no en la potencia espectral correspondiente.

La metodología presentada en esta tesis pretende funcionar como una herramienta de apoyo para el análisis de la habilidad cognitiva, motriz, desórdenes neurológicos, entre otros. Para demostrar la viabilidad de la metodología propuesta, se utilizaron dos bases de datos de señales de electroencefalografía (EEG) cuyos estudios se enfocaron en la concentración y en el aprendizaje de una nueva habilidad. Los resultados obtenidos muestran las ventajas de combinar el uso del EnKF junto con los métodos QEEG para el estudio de los fenómenos electroencefalográficos.

**Palabras clave:** Asimilación de datos, filtro de Kalman en ensamble, características cuantificables del electroencefalograma.



*And I know how sweet life can be  
If I keep myself free  
I don't need no wah-wah*

George Harrison.



## Agradecimientos

Todo el trabajo hecho en esta tesis es para Teresa. Ella es la razón por la que continué con el estudio del cerebro. Ella es y siempre estará como Santa Elena.

Ante todo, quisiera agradecer a mi familia. Norma, Tomás y Mariana, estoy muy agradecida por todo el apoyo que me han dado desde que tengo memoria. Los amo.

Gibran y Rocio, gracias por aceptarme como su asesorada. Les agradezco todo el apoyo que me dieron, tanto en lo académico como en lo personal.





## Prefacio

Los Capítulos 3 y 4 de esta tesis fueron previamente publicados en:

**Peralta-Malvárez, L. Salazar-Varas, R., Etcheverry, G. & Gutiérrez, D. (2020).** Using data assimilation for quantitative electroencephalography analysis. *Brain Sciences* 10, no. 11, doi: 10.3390/brainsci101110853

El material del Capítulo 3 fue presentado en:

**Peralta-Malvárez, L., & Etcheverry, G. (2019).** Individual alpha peak frequency's dataset through neurofeedback's protocol. In L. Masia, S. Micera, M. Akay, & J. L. Pons (Eds.), *Converging clinical and engineering research on neurorehabilitation III* (pp. 691-695). Cham: Springer International Publishing.

**Peralta-Malvárez, L., & Etcheverry, G. (2017).** Neurofeedback sessions measurement based on the user's peak alpha frequency. In *39th annual international conference of the IEEE engineering in medicine and biology society*. Jeju Island, Korea.

# Índice

Resumen	ii
Lista of Figuras	vi
Lista of Tablas	vii
Lista of Algoritmos	viii
Abreviaciones	ix
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Electroencefalograma (EEG) . . . . .	2
1.2 Asimilación de datos (DA) . . . . .	2
1.3 Uso de KF en la neurociencia . . . . .	4
1.3.1 Asistencia . . . . .	5
1.3.2 Extracción de características . . . . .	6
1.3.3 Reducción de ruido . . . . .	7
1.4 Objetivos y contenido de la tesis . . . . .	7
<b>2 Marco teórico</b>	<b>11</b>
2.1 Filtro de Kalman (KF) . . . . .	11

2.2	Filtro de Kalman en ensamble (EnKF) . . . . .	15
2.3	Electroencefalograma cuantitativo (QEEG) . . . . .	18
2.3.1	Coherencia . . . . .	18
2.3.2	Potencia espectral . . . . .	19
2.4	Análisis estadístico . . . . .	21
2.4.1	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Metodología propuesta</b>	<b>23</b>
3.1	Metodología . . . . .	23
3.1.1	Datos EEG . . . . .	24
3.1.1.1	Dataset LGR . . . . .	24
3.1.1.2	Dataset DM . . . . .	28
3.1.2	Selección de sensores relevantes . . . . .	31
3.1.3	Asimilación de datos con EnKF . . . . .	32
3.1.3.1	Implementación de EnKF . . . . .	33
3.1.4	Análisis estadístico . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Resultados y discusión</b>	<b>43</b>
4.1	Dataset LGR . . . . .	43
4.1.1	Selección de sensores relevantes . . . . .	43
4.1.2	Asimilación de datos con EnKF . . . . .	46
4.1.3	Análisis estadístico . . . . .	49
4.2	Dataset DM . . . . .	51
4.2.1	Selección de sensores relevantes . . . . .	51
4.2.2	Asimilación de datos con EnKF . . . . .	53

4.2.3	Análisis estadístico . . . . .	56
4.3	Discusión . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Conclusiones y trabajo a futuro</b>	<b>60</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>62</b>
<b>A</b>	<b>Potencia espectral de Dataset LGR</b>	<b>73</b>
A.1	Usuario 1 . . . . .	73
A.2	Usuario 2 . . . . .	77
A.3	Usuario 3 . . . . .	80
A.4	Usuario 4 . . . . .	83
A.5	Usuario 5 . . . . .	86
A.6	Usuario 6 . . . . .	89
A.7	Usuario 7 . . . . .	92
A.8	Usuario 8 . . . . .	94
A.9	Usuario 9 . . . . .	97
A.10	Usuario 10 . . . . .	99
A.11	Usuario 11 . . . . .	102
A.12	Usuario 12 . . . . .	104
<b>B</b>	<b>Potencia espectral de Dataset DM</b>	<b>106</b>
B.1	Usuario 1 . . . . .	106
B.2	Usuario 2 . . . . .	107
B.3	Usuario 3 . . . . .	107
B.4	Usuario 4 . . . . .	108

B.5	Usuario 5	108
B.6	Usuario 6	109
B.7	Usuario 7	109
B.8	Usuario 8	110
B.9	Usuario 9	110
B.10	Usuario 10	111

# Índice de figuras

1.1	Ciclo de DA. . . . .	3
2.1	Diagrama del filtro de Kalman. . . . .	13
2.2	Referencia a la potencia absoluta de beta. . . . .	20
3.1	Metodología propuesta que combina EnKF y QEEG. . . . .	25
3.2	Montaje experimental de LGR. . . . .	27
3.3	Protocolo de LGR . . . . .	27
3.4	Montaje experimental de DM, imagen tomada de (Gutiérrez & Ramírez-Moreno, 2016) . . . . .	29
3.5	Protocolo de DM . . . . .	30
3.6	Cálculo de $P_0$ . . . . .	34
3.7	Cálculo de $F$ . . . . .	35
3.8	Cálculo de $S$ con la descomposición $LDL^T$ . . . . .	36
3.9	Método para la rotación de Givens . . . . .	38
3.10	Implementación del algoritmo de Potter . . . . .	40
3.11	PSD de los resultados EnKF. . . . .	41
4.1	Sensores relevantes en LGR, marcados con círculos rojos. E: Grupo experimental, C: Grupo de control. . . . .	45

4.2	Histogramas de la grabación previa del Usuario 1. . . . .	47
4.3	Resultados PSD de EnKF de la sesión 3. . . . .	48
4.3	Resultados PSD de EnKF de la sesión 3 (cont.). . . . .	49
4.4	Sesiones con cambio significativo en LGR. . . . .	50
4.5	Sensores relevantes en DM, marcados con círculos rojos. . . . .	52
4.6	Histogramas de la grabación #1 del Usuario 5. . . . .	54
4.7	Resultados PSD de EnKF de la lección 4. . . . .	55
4.7	Resultados PSD de EnKF de la lección 4 (cont.). . . . .	56
4.8	Sesiones con cambio significativo en DM. . . . .	57

# Índice de cuadros

1.1	Revisión literaria de KF en la neurociencia . . . . .	5
2.1	Ventajas y desventajas del filtro de Kalman y sus variaciones.	14
3.1	Información de los participantes de LGR . . . . .	26
3.2	Información de los participantes de DM . . . . .	29
4.1	Electrodos relevantes para cada participante en LGR. . . . .	44
4.2	Electrodos relevantes para cada participante en DM. . . . .	51



# Lista de Algoritmos

1	Algoritmo de Cholesky. . . . .	16
2	Algoritmo de Potter. . . . .	17
3	Matriz de transición de estado $F$ . . . . .	35
4	Siguiente SRM . . . . .	37
5	Rotación de Givens . . . . .	39

# Abreviaciones

**3DVAR** Variacional tridimensional.

**4DVAR** Variacional tetradimensional.

**ADHD** Trastorno por déficit de atención con hiperactividad.

**ANOVA** Análisis de varianza.

**AP** Potencia absoluta.

**ASD** Densidad auto-espectral.

**BCI** Interfaz cerebro-computadora.

**BDI** Inventario de depresión de Beck.

**CSD** Densidad espectral cruzada.

**DA** Asimilación de datos.

**DFT** Transformada discreta de Fourier.

**DKF** Filtro de Kalman dual.

**DLPFC** Corteza prefrontal dorsolateral.

**DWT-dmey** Wavelet de Meyer.

**ECoG** Electroencefalograma.

**EEG** Electroencefalograma.

**EKF** Filtro de Kalman extendido.

**EnKF** Filtro de Kalman en ensamble.

**fnIRS** Espectroscopia funcional del infrarrojo cercano.

**GMB** Glioblastoma multiforme.

**IAPF** Frecuencia máxima de alfa individual.

**ICA** Análisis de componentes independientes.

**ITF** Frecuencia instantánea del temblor.

**KF** Filtro de Kalman.

**LETKF** Filtro de Kalman de transformación en ensamble local.

**LKF** Filtro de Kalman lineal.

**MEG** Magnetoencefalograma.

**MER** Grabaciones de microelectrodos.

**MLP** Perceptrón multicapa.

**MMSE** Mini examen del estado mental.

**MRI** Imagen por resonancia magnética.

**NASA** Administración nacional de aeronáutica y el espacio.

**NLMS** Mínima media cuadrática normalizada.

**PSD** Densidad de la potencia espectral.

**Q-LES-Q** Cuestionario sobre calidad de vida, satisfacción y placer.

**QEEG** Electroencefalograma cuantitativo.

**RMSD** Diferencia cuadrática media.

**RP** Potencia relativa.

**sLORETA** Tomografía electromagnética cerebral estandarizada de baja resolución.

**SNR** Relación señal-ruido.

**SRM** Matriz de raíz cuadrada.

**SWRS** Sistema regulador de sueño-vigilia.

**TMS** Estimulación magnética transcraneal.

**UKF** Filtro de Kalman *unscented*.



# Capítulo 1

## Introducción

La raza humana ha sido curiosa para entenderse a sí misma y su relación con el mundo donde habita. Dentro del contexto de descubrir cómo el cuerpo y la mente funcionan, la gente ha estudiado el desempeño del cerebro. La referencia más antigua del estudio del cerebro data de los egipcios con el papiro Edwin Smith, escrito en el siglo 17 A.C. (Kamp, Tahsim-Oglou, Steiger, & Hänggi, 2012). Hasta este día, aunque se han creado herramientas y metodologías para analizar la estructura, complejidad y funcionamiento del cerebro, seguimos teniendo dudas con respecto a su desempeño durante las tareas cotidianas, las emociones y los sentimientos.

El área de la neurociencia, que estudia el sistema nervioso, utiliza dos técnicas para analizar estos fenómenos: obteniendo la imagen del cerebro y grabando su actividad eléctrica, ambas durante una tarea específica. La primera se utiliza para estudiar la estructura del cerebro y realizar diagnósticos de enfermedades y lesiones. La segunda puede definir desórdenes neuronales y cómo la actividad cerebral trabaja durante una tarea de interés. Algunos ejemplos de las metodologías que graban son la imagen por resonancia magnética (MRI), espectroscopia funcional del infrarrojo cercano (fNIRS), magnetoencefalograma (MEG), electroencefalograma (EEG) y electrocorticograma (ECoG).

El estudio de cada señal fisiológica tiene sus ventajas y desventajas, y dependiendo del análisis que se desea realizar, se puede seleccionar uno de estas grabaciones para estudiar el fenómeno deseado. En esta investigación, nos enfocamos en el EEG ya que es una de las señales más utilizadas para analizar la actividad cerebral ya que su registro no es invasivo y tiene una resolución de tiempo alta (orden de milisegundos) (Wu, 2018).

## 1.1 Electroencefalograma (EEG)

El electroencefalograma (EEG) es una técnica que mide y registra la actividad eléctrica en el cerebro, colocando electrodos en el cuero cabelludo del usuario (Huster, Mokom, Enriquez-Geppert, & Herrmann, 2014). Su ubicación está estandarizada por el sistema internacional 10-20 (Jasper, 1958). En comparación con las herramientas mencionadas anteriormente, el EEG es un dispositivo móvil y económico que puede registrar la actividad cerebral con alta resolución temporal (Chan, Quiroz, Dascalu, & Harris, 2015).

El EEG se usa para detectar y tratar afecciones mentales como el trastorno por déficit de atención con hiperactividad (ADHD), insomnio, depresión, ansiedad, esquizofrenia y dificultades cognitivas (Novo-Olivas, Chacón Gutiérrez, & Alberto Barradas Bribiesca, 2010; van Dongen-Boomsma et al., 2010). Para ello, es posible transformar la señal cerebral en diferentes formatos para obtener y resaltar información relevante sobre las condiciones descritas anteriormente. Este procesamiento matemático se denomina EEG cuantitativo (QEEG) (Nuwer, 1997).

Los métodos QEEG, como los análisis de la potencia espectral y la amplitud, se utilizan en aplicaciones con métodos de *machine learning* para clasificar y analizar la señal cerebral relacionada con cierto evento (Dhivya & Nithya, 2018). Con los resultados obtenidos, los expertos de la neurociencia (por ejemplo, neurólogos y académicos) pueden hacer un pronóstico o una decisión clínica sobre el desempeño del paciente relacionado con el objetivo del estudio (Finnigan & van Putten, 2013). De acuerdo con Tang, Ho, and Chen (2018), para tener la precisión deseada para estas decisiones médicas, es necesario combinar datos de múltiples fuentes. Esta fusión se puede realizar con métodos de asimilación de datos (DA).

## 1.2 Asimilación de datos (DA)

La asimilación de datos (DA) es una técnica que combina datos de modelos numéricos y observaciones para obtener un análisis que represente mejor el estado del fenómeno de interés (Zhang & Moore, 2015). La DA se ha utilizado principalmente en áreas relacionadas con la atmósfera, el océano y la superficie terrestre. Esto se puede observar en la literatura, ya que la mayor parte tiene un enfoque geocientífico (Roth, Hendeby, Fritsche, & Gustafsson, 2017). No obstante, la DA también se ha utilizado en otros campos como el

aeroespacial, los sistemas de navegación y la neurociencia.

Normalmente, los parámetros y las condiciones del modelo se utilizan para representar el evento de interés. Al mismo tiempo, se pueden utilizar para la predicción del siguiente estado. Este pronóstico se actualiza con la DA y nuevas observaciones para producir un análisis. El modelo se reinicia con este análisis y se calcula una nueva predicción. Este ciclo se repite hasta que se hayan asimilado todas las observaciones (ver Figura 1.1).

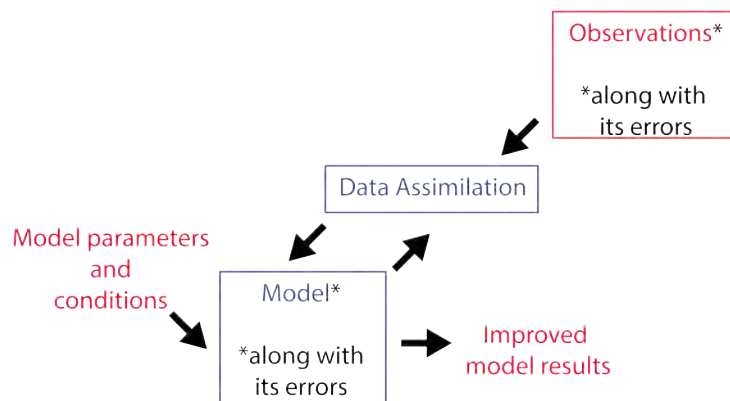


Figura 1.1: Ciclo de DA.

Los métodos DA están divididos en dos categorías:

- Secuencial: Este tipo de enfoques realizan el análisis de pronóstico en cada paso de tiempo ( $t$ ), utilizando el estado del modelo y de las observaciones en esa  $t$ . El objetivo es actualizar el siguiente estado del modelo. Algunos ejemplos de estos enfoques son la interpolación óptima y el filtro de Kalman (KF), con sus variantes como extendido (EK), ensamble (EnKF), dual (DKF) y *unscented* (UKF).
- No secuencial (o variacional): Estos métodos realizan el pronóstico con observaciones pasadas y presentes para volver a analizar el pronóstico. Algunos ejemplos son la variacional tridimensional y tetradimensional (3DVAR), (4DVAR) (Stanev & Schulz-Stellenfleth, 2014; Lal, 2017).

Para esta tesis, nos centraremos en KF ya que es el enfoque DA más popular y el más utilizado en la bioinformática (Arcucci, Moutiq, & Guo, 2020). Este método fue introducido por Rudolf E. Kalman en 1960, y su objetivo



principal es estimar el estado de un sistema cuando los datos medidos pueden contener errores (Kalman, 1960; van Biezen, 2015). Uno de los mayores reconocimientos de KF es su uso en el campo aeroespacial, específicamente en el programa Apollo llevado a cabo por la administración nacional de aeronáutica y el espacio (NASA) en los años 1960 y principios de los 1970 (Schmidt, 1981). Sin embargo, este enfoque se ha utilizado en otras áreas como la meteorología, los sistemas de navegación y la neurociencia.

### 1.3 Uso de KF en la neurociencia

En el campo de la neurociencia, los investigadores están utilizando recientemente el KF y otros métodos de DA para analizar la actividad cerebral (Politi, Feng, & Lu, 2016; Carrassi, Bocquet, Bertino, & Evensen, 2018; Moyer & Diekman, 2018). Sin embargo, a finales de la década de 1970, se utilizó el KF para estudiar la potencia espectral en las señales de EEG (Torsten, 1977). De acuerdo con Barlow (1985), KF se consideraba un método limitado para el campo de la neurociencia en esos años. La principal razón fue su dificultad de implementación y los cálculos para la actualización de los coeficientes. Sin embargo, diferentes técnicas pueden solucionar estas limitaciones hoy en día, por ejemplo, dividiendo el estado en subprocesos o cambiando la forma de las variables (Raitoharju & Piche, 2019). Además, la mejora en diferentes aspectos computacionales (como los procesadores y la memoria) contribuyó a la reutilización del KF a finales de la década de 1990 y hasta el día de hoy <sup>1</sup>. Si comparamos el uso del KF en el área de la neurociencia con el resto de los campos descritos anteriormente, las aportaciones son aún menores (Roth et al., 2017).

Teniendo en cuenta los estudios del período de tiempo descrito en la nota al pie 1 (1990 hasta la actualidad), el KF se ha utilizado para tres propósitos en el campo de la neurociencia: asistencia, extracción de características y reducción de ruido. Se presenta en una tabla representativa (Tabla 1.1) con los análisis cerebrales de los últimos diez años. Esta tabla ayuda a ilustrar los diferentes objetivos del uso del KF y sus variaciones.

---

<sup>1</sup>Algunos estudios de este periodo se presentan a continuación: (Arnold, Milner, Witte, Bauer, & Braun, 1998; Büchel & Friston, 1998; Valdes, Jimenez, Riera, Biscay, & Ozaki, 1999; Eiselt et al., 2001; Galka, Yamashita, Ozaki, Biscay, & Valdés-Sosa, 2004; Sykacek, Roberts, & Stokes, 2004; Szita & Lőrincz, 2004; Tarvainen, Hiltunen, Ranta-aho, & Karjalainen, 2004; Aboy et al., 2005; Kim & McNames, 2005; Taheri & Sood, 2006; Tzallas, Oikonomou, & Fotiadis, 2006; Morbidi et al., 2007; Wang & Principe, 2008)

Cuadro 1.1: Revisión literaria de KF en la neurociencia

Artículo	Variación KF y tipo de datos	Uso del KF
Pascucci, Rubega, and Plomp (2019).	STOK. Datos reales y sintéticos.	Asistencia.
Yakoubi, Hamdi, and Salah (2019).	EKF. Datos reales.	Reducción de ruido.
Dong and Jeong (2018).	EKF. Datos sintéticos.	Reducción de ruido.
Escuain-Poole et al. (2018).	UKF. Datos sintéticos.	Asistencia.
Munõz-Gutiérrez and Giraldo (2017).	EnKF. Datos sintéticos.	Asistencia.
Rajabioun et al. (2017).	DKF. Datos reales y sintéticos.	Asistencia.
Bahari et al. (2016).	UKF. Datos reales.	Extracción de características.
Durantín et al. (2016).	KF. Datos reales.	Extracción de características.
Freestone et al. (2014).	UKF and KF. Datos sintéticos.	Asistencia.
Nik Khadijah and Yeon-Mo (2013).	KF. Datos reales.	Asistencia.
Kostelich et al. (2011).	LETKF. Datos sintéticos.	Asistencia.
Li et al. (2009).	UKF. Datos reales.	Extracción de características.

STOK: Filtro de Kalman optimizado con autoajuste; LETKF: Filtro de Kalman de transformación en ensamble local.

### 1.3.1 Asistencia

En el caso del estudio del cerebro, consideramos como *asistencia* a la acción de obtener más información sobre los procesos neuronales relacionados con las señales cerebrales. El objetivo principal es tener una mejor comprensión del comportamiento de las ondas cerebrales y, con ello, realizar un diagnóstico y decisiones médicas de acuerdo al desempeño del sujeto. Para lograr este

objetivo, los investigadores utilizan el KF (o una de las variaciones) para predecir o rastrear el comportamiento de las ondas cerebrales.

El primero se utiliza para analizar y hacer un pronóstico de una actividad cerebral específica (Munõz-Gutiérrez & Giraldo, 2017; Escuin-Poole et al., 2018). Por ejemplo, en (Kostelich et al., 2011), propusieron aplicar el filtro de Kalman de transformación en ensamble local (LETKF) en MRI para predecir el crecimiento y la propagación del glioblastoma multiforme (GMB). Otro ejemplo es (Rajabioun et al., 2017), donde utilizaron DKF y tomografía electromagnética cerebral estandarizada de baja resolución (sLORETA) como método de localización de fuentes para estimar la conectividad efectiva entre regiones del cerebro.

En cuanto al rastreo, su objetivo es observar el comportamiento de la señal sin procesar o un aspecto particular de la onda cerebral. En (Pascucci et al., 2019), usaron STOK para rastrear patrones de conectividad funcional bajo condiciones de ruido desconocidas en grabaciones de EEG. Otro ejemplo se describe en (Freestone et al., 2014), donde compararon UKF y KF para observar las características cerebrales involucradas en el inicio y terminación de las convulsiones en los datos de ECoG. Con esto, pudieron analizar las relaciones entre la dinámica cortical y las convulsiones. Para rastrear las fluctuaciones en la frecuencia instantánea del temblor (ITF), Kim and McNames (2005) propusieron usar EKF y grabaciones de microelectrodos (MER).

### 1.3.2 Extracción de características

Otro uso de KF o sus variaciones es tomar características específicas de la señal cerebral y usarlas para diferentes propósitos. Por ejemplo, para el desarrollo de interfaces cerebro-computadora (BCI), que son sistemas que permiten la comunicación o control de aplicaciones con la actividad cerebral (McFarland & Vaughan, 2016). Para ésto, se adquieren las ondas cerebrales y se extraen las características para clasificar la intención del usuario de realizar o no la actividad (Nam, Choi, Wadson, & Whang, 2018). Un ejemplo es (Durantin et al., 2016), donde usaron KF para tomar propiedades de la señal fNIRS con el fin de desarrollar una BCI para una aplicación de neuroergonomía en una simulación de aeronave. Otro ejemplo con respecto a las BCI es (Li et al., 2009), donde desarrollaron el UKF para extraer comandos de motor de datos ECoG para controlar un cursor de computadora.

Otro objetivo de la extracción de características con KF es identificar qué

variables son adecuadas para la reconstrucción del estado de un modelo. Por ejemplo, (Bahari et al., 2016) reportó el uso de UKF para reproducir el estado del modelo a partir de datos ruidosos relacionados con el sistema regulador de sueño-vigilia (SWRS).

### 1.3.3 Reducción de ruido

Otra aplicación del KF en el campo de la neurociencia es la eliminación del ruido (o artefactos) en las señales del cerebro. Para demostrar la ventaja de utilizar este método, algunos estudios compararon sus propuestas de KF con otros enfoques de eliminación.

Por ejemplo, Morbidi et al. (2007) usó KF para eliminar los artefactos inducidos por estimulación magnética transcraneal (TMS) de las grabaciones de EEG. Demostraron que el uso de este método era más eficaz que los filtros estacionarios. Otro ejemplo es Yakoubi et al. (2019), que utilizó EKF junto con un perceptrón multicapa (MLP) para eliminar los ruidos gaussianos blancos y de color de las grabaciones de EEG normales y epilépticas. El estudio comparó su metodología con la mínima media cuadrática normalizada (NLMS) y la *wavelet* de Meyer (DWT-dmey) mediante el uso de la diferencia cuadrática media (RMSD) y la relación señal-ruido (SNR). Sus resultados mostraron que el EKF con MLP tuvo un desempeño positivo en precisión y confiabilidad. Otro estudio que utilizó EKF fue Dong and Jeong (2018), pero con el modelo Balloon. Su objetivo era eliminar el ruido superficial en señales hemodinámicas artificiales de fNIRS. Compararon su propuesta con KF lineal (LKF), y su metodología recuperó las respuestas hemodinámicas similares a las originales y con menores errores que el LKF.

## 1.4 Objetivos y contenido de la tesis

Como se presenta en la Sección 1.3, el uso del KF en el área de la neurociencia no es reciente. Sin embargo, su contribución no es tan extensa como en otros campos como la meteorología o las geociencias. Como se describió anteriormente, este enfoque de DA se puede modificar de acuerdo al objetivo del estudio y el evento cerebral a analizar.

En cuanto a las técnicas QEEG, éstas se pueden utilizar directa o indirectamente con el KF. El uso directo se refiere al uso de una característica

principal de los datos de entrada en sí, como la amplitud (la más utilizada en los estudios descritos). El enfoque indirecto utiliza parámetros de modelado obtenidos a partir de los datos que representan la tarea en cuestión, por ejemplo, el procedimiento de análisis de coherencia QEEG (que forma parte de nuestra propuesta de investigación). Otra forma indirecta es utilizar los resultados obtenidos del KF para calcular otras variables. Con el fin de obtener más información de las señales cerebrales, por ejemplo, la potencia espectral (también utilizada en la mayoría de los estudios). Consideramos que con el uso de dos métodos QEEG, junto con el KF, podemos obtener más información sobre las áreas cerebrales involucradas en la tarea de interés, así como analizar cambios en el comportamiento de diferentes ritmos cerebrales relacionados con una misma actividad. Con ésto, podemos hacer una mejor interpretación del resultado del análisis.

Esta tesis presenta una metodología que utiliza el EnKF como método DA y, junto con las técnicas de potencia espectral y coherencia QEEG, asiste en el análisis de un proceso cerebral. Utilizamos la potencia espectral para evaluar un cambio significativo en las bandas de frecuencia relacionadas con el evento de estudio. La coherencia es utilizada para la selección de los sensores más relevantes con respecto a este evento. Consideramos *sensores relevantes* los electrodos que están más correlacionados con la actividad cerebral de interés con respecto al valor de coherencia. Con esta información podemos contemplar cómo los electrodos de diferentes áreas cerebrales contribuyen o no con el espectro del usuario respecto a la actividad de interés.

El objetivo principal de esta tesis es diseñar una metodología que combine DA y QEEG para ayudar al análisis de los procesos cerebrales con grabaciones de EEG. Con esta propuesta, podríamos estudiar algunos fenómenos, como la habilidad cognitiva, la habilidad motora, los trastornos neurológicos, entre otros. Con estas propiedades, esta metodología podría ayudar a los expertos del área de la neurociencia, como neurólogos y académicos, a realizar diagnósticos y decisiones médicas relacionadas con el desempeño del paciente. Algo a remarcar es que esta metodología pretende ser un instrumento de apoyo y no un sustituto del especialista en la materia.

Los objetivos particulares de la tesis son:

- Crear un *dataset* de señales de EEG con 12 participantes que realizaron una actividad de concentración,
- Proponer una metodología basada en DA para apoyar en el análisis de procesos neuronales relacionados con la actividad cerebral,

- Explicar en detalle el proceso de diseño del EnKF para el análisis cerebral,
- Utilizar los enfoques de potencia espectral y coherencia QEEG junto con el EnKF para estudiar el desempeño del usuario en la tarea de interés,
- Demostrar la viabilidad de la metodología propuesta mediante el uso de dos *datasets* que trabajaron con tareas cognitivas.

La tesis está organizada de la siguiente manera:

El Capítulo 2 proporciona el marco teórico sobre el método DA, los métodos QEEG y la prueba estadística utilizada en la metodología propuesta. Primero, describimos el KF junto con su variación de ensamble (EnKF), que es el enfoque DA que se utilizará en esta investigación. Después, se presentan las técnicas QEEG de coherencia y potencia espectral. El primero se utiliza para seleccionar los *sensores relevantes* relacionados con el proceso cerebral; mientras que el último se utiliza para evaluar el cambio significativo en las bandas de frecuencia relacionadas con el mismo evento. Finalmente, se presenta la prueba de rangos con signo de Wilcoxon para el análisis estadístico de la potencia espectral.

El Capítulo 3 describe la metodología propuesta para el análisis de las señales cerebrales mediante el uso de la coherencia, la potencia espectral y la DA. Primero, describimos dos *datasets* utilizados para validar esta propuesta con respecto al número de usuarios, especificaciones de grabación, estudios de bandas de frecuencia y actividades realizadas relacionadas con el proceso cognitivo. Después, presentamos el método basado en la coherencia para la selección de los *sensores relevantes*. Además, explicamos el uso del EnKF junto con los enfoques QEEG con una implementación de Python, donde justificamos el cálculo de algunas de las variables utilizadas en el EnKF. Finalmente, reportamos el uso de la prueba de rangos con signo de Wilcoxon para el análisis estadístico, en cuanto a hipótesis y nivel de aceptación.

El Capítulo 4 explica los resultados que obtuvimos utilizando la metodología propuesta. Para cada *dataset*, los resultados se muestran de la siguiente manera: Primero, los electrodos relevantes obtenidos con la coherencia. Después, la potencia espectral resultante del EnKF. Luego, el análisis estadístico del espectro. Finalmente, presentamos una discusión de los resultados de ambos *dataset*.

El Capítulo 5 presenta las conclusiones de la tesis, junto con el trabajo a futuro de esta investigación.

# Capítulo 2

## Marco teórico

En este capítulo, describimos el marco teórico con respecto al método de asimilación de datos (DA), los enfoques de electroencefalograma cuantitativo (QEEG) y la prueba estadística utilizada en la metodología propuesta. Primero, se describe el filtro de Kalman (KF) para explicar su variación en ensamble (EnKF), que es el enfoque DA usado en esta investigación. Después, se presenta el concepto de QEEG junto con los análisis utilizados. Se calcula la coherencia para la selección de *sensores relevantes* relacionados con el evento de interés, y la potencia espectral se utiliza para evaluar el cambio significativo en las bandas de frecuencia. Finalmente, se presenta una breve descripción del análisis estadístico. Además, la prueba de rango con signo de Wilcoxon se explica como el método seleccionado para evaluar los cambios de la potencia espectral.

### 2.1 Filtro de Kalman (KF)

El filtro de Kalman (KF), también conocido como estimador cuadrático lineal, es un método recursivo cuyo objetivo principal es estimar el estado de un sistema cuando los datos medidos pueden contener errores de incertidumbre (van Biezen, 2015). Como se describe en el Capítulo 1, KF (y sus variaciones) es uno de los métodos secuenciales de asimilación de datos (DA) utilizados en diferentes áreas como meteorología, aeroespacial y sistemas de navegación. Además, es el enfoque DA más utilizado en bioinformática.

KF estima el estado  $x_t^p \in R^m$  de un proceso controlado en tiempo discreto,



donde  $p$  denota un *predictor*,  $t$  es el paso de tiempo y  $m$  es el número de elementos. Está impulsado por la siguiente ecuación estocástica lineal (Welch & Bishop, 2001; Teow, 2018):

$$x_t^p = Fx_{t-1} + w_t, \quad (2.1)$$

con una medida  $y_t \in R^n$ , donde  $n$  es el número de elementos a estudiar. Esta variable es dada por

$$y_t = Hx_t + z_t, \quad (2.2)$$

donde  $F$  es una matriz de transición de estado con tamaño  $m \times m$ . De acuerdo con Moler and Van Loan (2003); Gibbs (2011a),  $F$  se puede calcular con las series de Taylor, las series de Padé, la transformada de Laplace inversa, métodos de descomposición matricial, entre otros.  $H$  es una matriz de transformación con tamaño  $n \times m$ ,  $w_t$  es el ruido del proceso (originado a partir de los datos de entrada) y  $z_t$  es el ruido de medición (generado en los sensores). Ambos son procesos gaussianos de media cero y son vectores columna con tamaño  $m \times 1$  y  $n \times 1$  respectivamente. Este filtro se puede resumir en cinco pasos y se ilustra en la Fig 2.1:

- a) Un estado inicial es dado al filtro, el cual incluye el estado ( $x_0$ ) y la matriz de covarianza de proceso ( $P_0$ );
- b) Después, una nueva predicción del estado y de la matriz de covarianza de proceso se calculan. La primera usando (2.1) y la última con:

$$P_t^p = FP_{t-1}F^T + Q_t, \quad (2.3)$$

donde  $Q_t$  es la matriz de covarianza del ruido del proceso de tamaño  $m \times m$ , y está determinada por  $w_t$ ;

- c) La medida de entrada es calculada con (2.2), y la ganancia de Kalman con la siguiente ecuación:

$$K = \frac{P_t^p H^T}{HP_t^p H^T + R}, \quad (2.4)$$

donde  $R$  es la matriz diagonal de covarianza del ruido de los sensores de tamaño  $n \times n$ , y está determinada por  $z_t$ ;

- d) El estado y la matriz de covarianza del proceso se actualizan con las siguientes:

$$P_t = (I - KH) P_t^p, \quad (2.5)$$

$$x_t = x_t^p + K (y_t - Hx_t^p), \quad (2.6)$$

donde  $I$  es una matriz de identidad de tamaño  $m \times m$ ;

- e) Los resultados de (2.5) y (2.6) se convierten en los valores anteriores. Después, el proceso se repite empezando por el paso b).

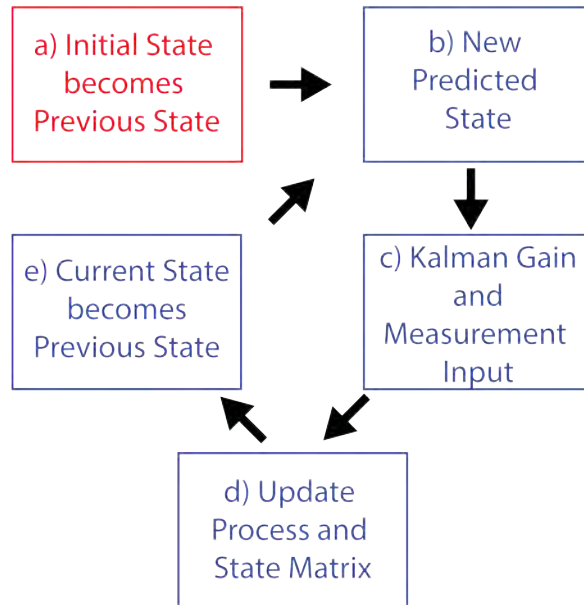


Figura 2.1: Diagrama del filtro de Kalman.

El proceso del KF descrito anteriormente funciona para sistemas lineales, y esto puede ser una limitación cuando queremos trabajar con sistemas más complejos. Como se muestra en el Capítulo 1, el KF tiene diferentes alternativas no lineales como el extendido (EKF), *unscented* (UKF), dual (DKF) y en ensamble (EnKF) (Lal, 2017). Estos enfoques son presentados en la Tabla 2.1, junto con sus ventajas y desventajas (Tippett, Anderson, Bishop, Hamill, & Whitaker, 2002; Evensen, 2009; Lal, 2017; Rhudy, Salguero, & Holappa, 2017).

Cuadro 2.1: Ventajas y desventajas del filtro de Kalman y sus variaciones.

Filtros	Ventajas	Desventajas
Filtro de Kalman (KF)	Ideal para sistemas lineales. Filtro lineal óptimo.	Complejidad computacional alta para sistemas de alta dimensión.
KF extendido (EKF)	Ideal para sistemas no lineales. Uso de matrices jacobianas para linealizar las ecuaciones.	Complejidad computacional alta.
KF <i>unscented</i> (UKF)	Ideal para sistemas no lineales. Uso de puntos sigma.	Complejidad computacional alta.
KF dual (DKF)	Separación del sistema no lineal en dos problemas de estimación. Mejores propiedades de convergencia.	Complejidad computacional alta.
KF en ensamble (EnKF)	Ideal para sistemas no lineales. Aumento en la precisión numérica del KF. Requisitos computacionales accesibles.	Sensible al tamaño del ensamble.

Como se presentó en el Capítulo 1, la mayoría de los estudios utilizaron una de las variaciones del KF, ya que funcionan para sistemas no lineales. Se puede apreciar en la tabla anterior que el principal inconveniente de estos enfoques es la complejidad computacional. Esto debido al cálculo de algunas de las variables, por ejemplo, EKF utiliza matrices jacobianas para estimar el estado. Como se muestra en la Tabla 2.1, EnKF es una opción aceptable para analizar las señales cerebrales. La razón es que este enfoque usa matrices de raíz cuadrada (SRM) para calcular  $P$ , lo que resuelve el problema de la sensibilidad del error de redondeo (Simon, 2006). Este problema es una de las principales desventajas de los métodos utilizados para calcular  $F$  descritos anteriormente (Moler & Van Loan, 2003; Gibbs, 2011a). Además, al usar SRM, reducimos los costos computacionales. Para ello, elegimos EnKF como método DA para esta investigación, que explicamos en la siguiente subsección.

## 2.2 Filtro de Kalman en ensamble (EnKF)

El filtro de Kalman en ensamble (EnKF) es una implementación basada en Monte Carlo del KF para problemas de estimación de estados de alta dimensión y no lineales (Evensen, 2009; Roth et al., 2017). Los métodos de Monte Carlo calculan estimaciones numéricas de variables desconocidas con muestreo aleatorio. Estos enfoques se utilizan para modelar la probabilidad de diferentes resultados y para comprender el impacto del riesgo y la incertidumbre en los modelos de predicción y previsión (Pease, 2018; van Biezen, 2020).

Comparado con el tradicional KF, EnKF transforma la matriz de covarianza del proceso  $P_t$  en una SRM de la siguiente manera:

$$P_t = S_t S_t^T, \quad (2.7)$$

donde  $S_t$  es una SRM con tamaño  $m \times m$ . Al aplicar esta transformación, reducimos la carga computacional en una implementación de sistema en tiempo real con mayor precisión y, como se describió anteriormente, resuelve el problema de la sensibilidad del error de redondeo. En los siguientes pasos, usamos  $S_t$  en lugar de  $P_t$ . Para calcular  $S_t$ , podemos usar el algoritmo de factorización de Cholesky (Simon, 2006):

---

**Algoritmos 1** Algoritmo de Cholesky.

---

```
1: Input:  $P_t$ 
2: Output:  $S_t$ 
3: for  $i \leftarrow 1$  to  $m$  do ▷  $m$ : Tamaño de  $S_t$ 
4:    $S_{t(i,i)} \leftarrow \sqrt{(P_{t(i,i)} - \sum_{j=1}^{i-1} S_{t(i,j)}^2)}$ 
5:   for  $j \leftarrow 1$  to  $m$  do
6:     if  $j < i$  then
7:        $S_{t(j,i)} \leftarrow 0$ 
8:     else
9:        $S_{t(j,i)} \leftarrow (1/S_{t(i,i)})(P_{t(i,j)} - \sum_{k=1}^{i-1} S_{t(j,k)}S_{t(i,k)})$ 
10:    end if
11:  end for
12: end for
```

---

Además de Cholesky, otro método usado para calcular  $S_t$  es la descomposición  $LDL^T$ .  $L$  es una matriz triangular inferior, cuya diagonal principal tiene unos y las variables superiores son ceros.  $D$  es una matriz diagonal, donde todas las variables fuera de la diagonal principal son ceros (Strang, 1986). Para obtener  $L$  y  $D$ , las siguientes ecuaciones se utilizan:

$$D_i = P_{t(i,i)} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{i,k}^2 D_k, \quad (2.8)$$

donde  $i = 1, \dots, m$ .

$$L_{j,i} = 1/D_i(P_{t(j,i)} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{j,k}L_{i,k}D_k), \quad (2.9)$$

donde  $j = i + 1, \dots, m$ . Con estas matrices, podemos realizar la siguiente expresión para obtener  $S_t$ :

$$P_t = LD^{1/2}D^{1/2}L^T = S_tS_t^T. \quad (2.10)$$

Si la descomposición  $LDL^T$  es implementada eficientemente, tiene la misma complejidad que el algoritmo de Cholesky (Krishnamoorthy & Menon, 2011).

Para calcular la nueva predicción  $S_t^p$ , es decir  $P_t^p$  (2.3), es importante realizar el siguiente cálculo:

$$\begin{bmatrix} (S_t^p)^T \\ 0 \end{bmatrix} = B * \begin{bmatrix} (S_{t-1})^T F^T \\ Q_{t-1}^{T/2} \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

donde  $B$  es una matriz ortogonal  $2m \times 2m$  ( $BB^T = I$ ) que puede ser calculada con diferentes métodos como Householder, Gram-Schmidt, Gram-Schmidt modificado, y rotación de Givens (Simon, 2006).

Otro componente importante del EnKF es la actualización de la matriz de covarianza del proceso  $P_t$  (2.5) y del estado  $x_t$  (2.6). Para ésto, el algoritmo de James E. Potter (usado en el programa espacial Apollo de la NASA) fue implementado pero modificado para mediciones vectoriales (Simon, 2006). De acuerdo a Thornton (1976), este método garantiza la positividad de la covarianza de error calculada. El algoritmo se describe a continuación:

---

**Algoritmos 2** Algoritmo de Potter.

---

- 1: **Input:**  $x_t^p, S_t^p, y_t, H, R$
  - 2: **Output:**  $x_t, S_t$
  - 3:
  - 4: **Initialize**  $x_{0,t} \leftarrow x_t^p$  and  $S_{0,t} \leftarrow S_t^p$
  - 5:
  - 6: **for**  $i \leftarrow 1$  to  $n$  **do** ▷  $n$ : Tamaño de  $y_t$
  - 7:      $H_i \leftarrow$  fila  $i$  de  $H$
  - 8:      $y_{i,t} \leftarrow$  elemento  $i$  de  $y_t$
  - 9:      $R_i \leftarrow$  varianza del elemento  $i$
  - 10:      $\phi_i \leftarrow S_{i-1,t}^T H_i^T$
  - 11:      $a_i \leftarrow 1/(\phi_i^T \phi_i + R_i)$
  - 12:      $\gamma_i \leftarrow a_i/(1 \pm \sqrt{a_i R_i})$
  - 13:      $S_{i,t} \leftarrow S_{i-1,t}(I - a_i \gamma_i \phi_i \phi_i^T)$
  - 14:      $K_{i,t} \leftarrow S_{i,t} \phi_i$  ▷ Ganancia de Kalman del elemento  $i$
  - 15:      $x_{i,t} \leftarrow x_{i-1,t} + K_{i,t}(y_{i,t} - H_i x_{i-1,t})$
  - 16: **end for**
  - 17:
  - 18: **Set**  $x_t \leftarrow x_{m,t}, S_t \leftarrow S_{m,t}$
-

Los resultados de este algoritmo se convierten en los valores anteriores y todo el proceso se repite.

Como se describió en el Capítulo 1, el electroencefalograma cuantitativo (QEEG) es un proceso matemático donde podemos transformar la señal cerebral en diferentes formatos. El objetivo principal es obtener y resaltar información sobre procesos neuronales. Con éstos, junto con el EnKF, podemos ayudar en el análisis del evento de interés.

## 2.3 Electroencefalograma cuantitativo (QEEG)

El electroencefalograma cuantitativo (QEEG) es el procesamiento matemático del EEG registrado para diferentes objetivos: (i) resaltar las características de la forma de onda, (ii) obtener datos relevantes mediante la transformación de las señales en otro formato, y (iii) asociar los resultados numéricos con el EEG con fines comparativos (Nuwer, 1997). De acuerdo con Finnigan and van Putten (2013), QEEG se puede utilizar para el seguimiento continuo del paciente y para tomar una decisión médica y de pronóstico.

Como se describe en la Sección ??, éstos pueden usarse directa o indirectamente con el método DA seleccionado. En este estudio, empleamos la coherencia como parámetro de modelado del enfoque EnKF, y para elegir los sensores más correlacionados con el fenómeno de interés. Además, usamos la potencia espectral para evaluar un cambio significativo en el rango de frecuencia relacionado con el evento de estudio. Describimos ambas características en las siguientes subsecciones.

### 2.3.1 Coherencia

La coherencia expresa la correlación entre dos señales en el dominio de la frecuencia. En el análisis de la actividad cerebral, se usa para medir la correlación entre las señales registradas de dos electrodos diferentes (Novo-Olivas et al., 2010). Para calcular la coherencia, hay que considerar la densidad auto-espectral (ASD) y la densidad espectral cruzada (CSD) (Salazar-Varas & Gutiérrez, 2015). Para ésto, definimos  $x_m(n)$  como la señal grabada del electrodo  $m$ , con  $m = 1, 2, 3, \dots, M$ , y las muestras de tiempo  $n = 1, 2, \dots, N$ .

Entonces, la ASD de las señales  $x_j(n)$  y  $x_k(n)$ , donde  $j, k \in 1, 2, \dots, M$  y  $j \neq k$ , son dadas con la siguiente:

$$P_{\{*\}}(f) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} E \{x_{\{*\}}(n) x_{\{*\}}(n - \tau)\} e^{-j2\pi\tau f}, \quad (2.12)$$

donde  $\{*\}$  es  $j$  o  $k$ ,  $E\{\cdot\}$  es el valor esperado, y  $f$  es la frecuencia. Igualmente, CSD es dada por:

$$P_{j,k}(f) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} E \{x_j(n) x_k(n - \tau)\} e^{-j2\pi\tau f}, \quad (2.13)$$

Por lo tanto, basados en las Ecuaciones 2.12 and 2.13, la coherencia ( $\gamma_{j,k}^2$ ) entre  $x_j(n)$  y  $x_k(n)$  es definida como

$$\gamma_{j,k}^2(f) = \frac{|P_{j,k}(f)|^2}{P_j(f)P_k(f)}, \quad (2.14)$$

### 2.3.2 Potencia espectral

La densidad de la potencia espectral (PSD) describe cómo se asigna la potencia de una señal en las frecuencias (Zhang, 2019). La unidad de PSD es  $\mu V^2/Hz$  o  $dB/Hz = 10 \log_{10}(\mu V^2/Hz)$  (Novo-Olivas et al., 2010; Zhang, 2019). Hay diferentes bandas de frecuencia en la señal del cerebro: delta (0.5-4 Hz), theta (4-8 Hz), alfa (8-12 Hz), beta (12-30 Hz) y gamma (30-100 Hz) (Marzbani, Marateb, & Mansourian, 2016). Podemos asociar el aumento o disminución de PSD en cada ritmo cerebral como una mejora o no en el proceso cerebral de interés.

Uno de los métodos más utilizados para calcular PSD es el de Welch (Welch, 1967). Este enfoque divide la señal en ventanas con o sin superposición. Con cada segmento de datos en ventana, la transformada discreta de Fourier (DFT) se calcula con la siguiente:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N}, \quad (2.15)$$



donde  $x(n)$  es una señal de tiempo discreto,  $j$  es el número imaginario,  $N$  es el número de puntos de muestra,  $n = 1, 2, \dots, N$  y  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ . La DFT se utiliza para calcular el periodograma (una estimación de PSD) en cada segmento de datos. Calculando el promedio de todos los periodogramas, podemos obtener la estimación espectral final (Zhang, 2019).

PSD puede ser dividida en dos parámetros espectrales: potencia absoluta (AP) y relativa (RP) (Fernández & González-Garrido, 2001; Novo-Olivas et al., 2010). AP es la potencia actual de una banda de frecuencia específica, representada en el área roja para el ritmo beta en la Figura 2.2.

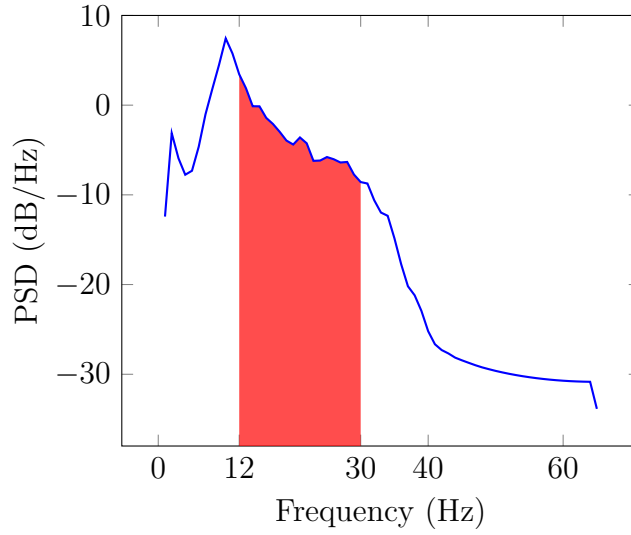


Figura 2.2: Referencia a la potencia absoluta de beta.

Mientras que RP es el porcentaje de PSD de una banda de frecuencia comparada con la potencia total de la señal EEG. Para ilustrar, la RP de beta se calcula de la siguiente manera:

$$RP_{\beta} = \frac{AP_{\beta}}{AP_{\delta} + AP_{\theta} + AP_{\alpha} + AP_{\beta} + AP_{\gamma}}, \quad (2.16)$$

donde  $AP_{\delta}$  es la potencia absoluta de delta,  $AP_{\theta}$  es la potencia absoluta de theta,  $AP_{\alpha}$  es la potencia absoluta de alfa,  $AP_{\beta}$  es la potencia absoluta de beta y  $AP_{\gamma}$  es la potencia absoluta de gamma.

## 2.4 Análisis estadístico

De acuerdo con DePoy and Gitlin (2016), el análisis estadístico está “relacionado con la organización e interpretación de los datos de acuerdo con procedimientos y reglas bien definidos, sistemáticos y matemáticos”. Para esto, tenemos dos hipótesis diferentes: nula ( $H_0$ ) y experimental ( $H_1$ ).  $H_0$  asume que no hay cambio entre los grupos a comparar, mientras que  $H_1$  estipula que hay diferencia.

Con los métodos estadísticos podemos calcular el grado de concordancia (*p-value*) y compararlo con un nivel significativo dado (el valor dependerá del estudio, generalmente es 0.05). Si *p-value* < 0,05,  $H_0$  se rechaza y aceptamos  $H_1$ . Esto significa que hay un 95% de certeza de que el experimento es auténtico. Si *p-value* > 0,05,  $H_0$  no se puede rechazar (Howard & Wright, 2008; Huang, 2019).

Los métodos estadísticos se dividen en dos esquemas (Huang, 2019):

- a) Paramétrico, que compara la media de los grupos y supone que los datos tienen una distribución normal. Algunos ejemplos son *t-test* (una y dos muestras), análisis de varianza (ANOVA) y correlación de Spearman.
- b) No paramétrico, que compara la mediana de los grupos y no asume una distribución normal en los datos. Algunos ejemplos son Mann-Whitney, Wilcoxon, y Kruskal-Wallis.

En esta tesis, deseamos analizar la PSD de diferentes grupos y, dado que los datos no tienen una distribución normal, elegimos la prueba de rangos con signo de Wilcoxon como nuestro enfoque estadístico.

### 2.4.1 Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

La prueba de rangos con signo de Wilcoxon es una alternativa no paramétrica al *t-test* de dos muestras (diferencia entre grupos emparejados, por ejemplo, antes y después de una tarea). Se utiliza para muestras pequeñas y cuando los datos no tienen una distribución normal (Marinstatslectures, 2018). Para realizar la prueba, tenemos los dos grupos a comparar  $A$  y  $B$  con el mismo tamaño de muestra  $N$ . Para  $H_0$ , establece que la diferencia de las medianas de  $A$  y  $B$  ( $\theta$ ) es igual a cero ( $H_0 : \theta = 0$ ). Para  $H_1$ , establece que  $\theta$  es

diferente de cero ( $H_1 : \theta \neq 0$ ). Dependiendo del objetivo del estudio, la hipótesis experimental puede estipular que hubo un aumento ( $H_1 : \theta > 0$ ) o una disminución ( $H_1 : \theta < 0$ ) entre los grupos  $A$  y  $B$ . Esta prueba se realiza con los siguientes pasos (Huang, 2019):

- a) Se calcula la diferencia  $|D_i|$  entre  $B_i$  y  $A_i$ , para cada  $i = 1, \dots, N$ . Al mismo tiempo, se extrae el signo ( $sgn$ ) de  $D_i$ ,
- b) Se ordena  $D$  en forma ascendente,
- c) Se calcula el rango  $R_i$  de  $D_i$ , de 1 a  $N$ ,
- d) Se calcula la  $W$  estadística:

$$W = \sum_{i=1}^N sgn(D_i)R_i, \quad (2.17)$$

- e) Dependiendo del valor de  $N$ , el valor crítico es calculado para saber si hay que rechazar  $H_0$  o no:
  - (a) Si  $N < 15$ ,  $W$  debe compararse con un valor crítico  $W_{c,N}$ . Este valor puede encontrarse en una tabla referencial. Si  $|W| > W_{c,N}$ ,  $H_0$  es rechazada,
  - (b) Si  $N \geq 15$ , la varianza de  $W$  dada  $H_0$  se calcula como

$$\sigma_W = N(N + 1)(2N + 1)/6, \quad (2.18)$$

y el valor  $z$  como

$$z = W/\sigma_W, \quad (2.19)$$

$z$  es comparada con el valor crítico  $z_c$ . Si  $|z| > z_c$ ,  $H_0$  es rechazada.

# Capítulo 3

## Metodología propuesta

En este capítulo, se presenta la metodología propuesta para el análisis de señales cerebrales utilizando asimilación de datos (DA) y enfoques de electroencefalograma cuantitativo (QEEG). Incluyendo descripciones de los conjuntos de datos, una metodología basada en la coherencia para la selección de sensores relevantes y los detalles sobre la implementación del filtro de Kalman en ensamble (EnKF). Finalmente, con los resultados obtenidos de EnKF, se describe el análisis estadístico realizado con la prueba de rangos con signo de Wilcoxon.

### 3.1 Metodología

La Figura 3.1 ilustra la metodología propuesta en esta tesis. Primero, se utilizan los datos del electroencefalograma (EEG) y un método basado en la coherencia para seleccionar los *sensores relevantes* que registran el fenómeno en evaluación. Como se describió anteriormente, consideramos como *sensores relevantes* los electrodos que están más correlacionados con la actividad cerebral de interés con respecto al valor de coherencia. Como se describe en la Sección 2.3.1, la coherencia expresa la correlación entre dos señales en el dominio de la frecuencia. Da una idea del nivel de interconexión que tienen dos áreas cerebrales diferentes. Se filtra la señal cerebral para eliminar artefactos (ruido presentado en el EEG). Después, el EnKF se aplica en tres escenarios: el uso de todos los electrodos, considerando los relevantes (denominados *canales ganadores* o WC), y omitiendo estos electrodos (*no canales ganadores* o simplemente NWC). Luego, la PSD se obtiene a partir de estos resultados.

Finalmente, la prueba de rangos con signo de Wilcoxon se calcula con la PSD de los *sensores relevantes* para averiguar si hubo un cambio significativo en el rango de frecuencia seleccionado.

En las siguientes subsecciones, presentamos una descripción más detallada de los componentes de la metodología. Primero, los datos brutos de EEG utilizados para demostrar la viabilidad de nuestra propuesta. Luego, el uso de la coherencia para la selección de los electrodos relevantes relacionados con el proceso de estudio del cerebro. Después, el desarrollo de un programa Python que realiza el EnKF con las grabaciones EEG prefiltradas y los sensores seleccionados. Finalmente, describimos el uso del método de análisis estadístico.

### 3.1.1 Datos EEG

Para demostrar la viabilidad de la metodología propuesta, consideramos dos *datasets* con datos brutos de EEG: uno creado por nosotros y otro de un estudio diferente. Ambos se centraron en la adquisición de EEG durante tareas cognitivas. En las siguientes subsecciones se describen las características de estos *datasets*, como la actividad realizada, el número de usuarios y características técnicas (casco, frecuencia de muestreo, entre otras). Para referencias futuras, llamaremos a nuestro *dataset* como LGR y al segundo como DM (relacionado con los nombres de los autores de cada *dataset*).

#### 3.1.1.1 Dataset LGR

Este *dataset* es tomado de los estudios en (Peralta-Malvárez & Etcheverry, 2017, 2019), y está disponible en (Peralta-Malvárez, Etcheverry, & Salazar-Varas, 2020a). El objetivo principal fue analizar el posible cambio en la frecuencia máxima de alfa individual (IAPF) mediante la realización de una actividad de concentración. El IAPF es la frecuencia en el rango de alfa con el valor más grande en el espectro (KÖPruner, Pfurtscheller, & Auer, 1984).

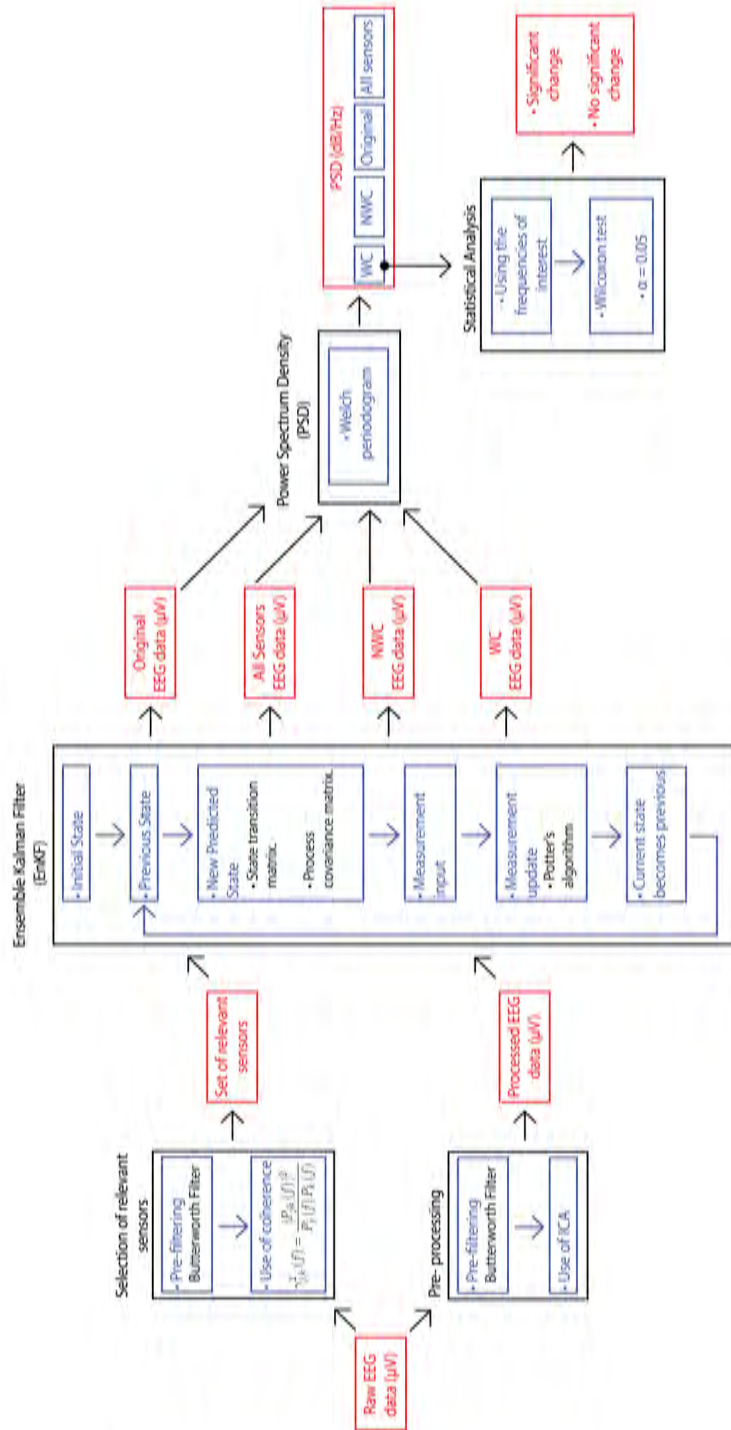


Figura 3.1: Metodología propuesta que combina EnKF y QEEG.

Para seleccionar a los participantes, éstos se filtraron a través de antecedentes académicos y exámenes de comportamiento <sup>2</sup>. El objetivo principal fue seleccionar a los usuarios sin ningún signo de depresión o dificultades académicas para la realización del estudio. El *dataset* final consta de doce participantes (tres mujeres y nueve hombres), divididos en un grupo experimental y uno de control. Aunque los estudios se realizaron en diferentes lapsos de tiempo, todos los usuarios realizaron la misma actividad. La Tabla 3.1 describe las características de los participantes con respecto a su edad, sexo (H = Hombre o M = Mujer) y el grupo asignado (C = control o E = experimental).

Cuadro 3.1: Información de los participantes de LGR

Usuario	Grupo	Sesiones realizadas	Sexo	Edad
1	E	19	M	18
2	E	19	M	19
3	E	19	H	23
4	E	19	H	19
5	E	19	H	19
6	E	20	H	21
7	C	12	H	20
8	E	20	H	20
9	C	8	H	20
10	E	18	M	20
11	C	10	H	34
12	C	7	H	28

Al comienzo de cada sesión, se le preguntó a los participantes sobre posibles alteraciones como horas de sueño, estado de ánimo y emociones recientes. En el caso de las mujeres, debían brindar información sobre su ciclo menstrual. Después del cuestionario, se pidió a los participantes que se concentraran en un objeto 3D e imaginaran que estaban empujándolo y alejándolo durante cinco segundos. Cuando el grupo experimental lograba la actividad correctamente, recibieron un estímulo auditivo. El grupo de control recibió el estímulo auditivo en períodos aleatorios como retroalimentación (Figura 3.2). Cada sesión constaba de tres grabaciones cerebrales: antes, durante y después de la actividad (Figura 3.3). Los usuarios realizaron 20 sesiones cada

<sup>2</sup>Inventario de depresión de Beck (BDI) (Beck, Ward, Mendelson, Mock, & Erbaugh, 1961), mini examen del estado mental (MMSE) (Arevalo-Rodriguez et al., 2015) y cuestionario sobre calidad de vida, satisfacción y placer (Q-LES-Q) (Endicott, Nee, Harrison, & Blumenthal, 1993).

uno, dependiendo de su horario y disponibilidad de tiempo (entre semana o tres veces por semana). Sin embargo, debido a problemas técnicos con los cascos, algunas de las grabaciones no se tomaron en cuenta. Esta es la razón por la que en la Tabla 3.1, algunos de los participantes tuvieron menos de 20 sesiones.



Figura 3.2: Montaje experimental de LGR.

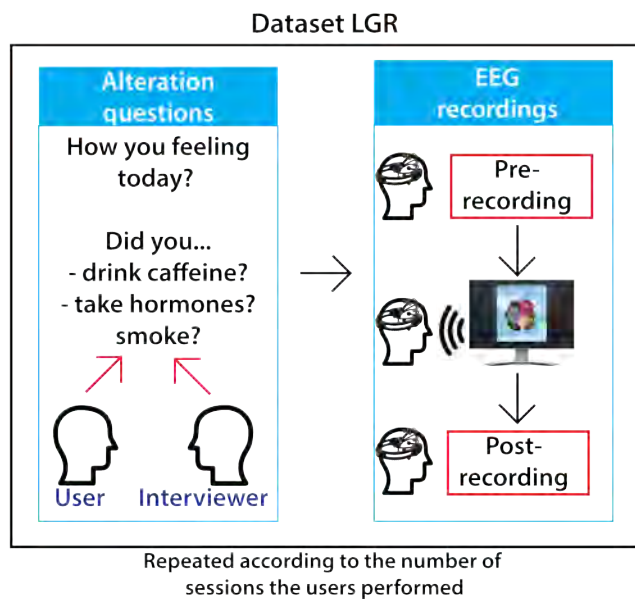


Figura 3.3: Protocolo de LGR

El casco usado para la grabación de las señales cerebrales fue el Emotiv EPOC+, con 14 sensores y dos referencias (AF3, F7, F3, FC5, T7, P7, O1,



O2, P8, T8, FC6, F4, F8, AF4, CMS, and DRL) (Emotiv, 2018). Además, todas las grabaciones fueron hechas con una frecuencia de muestreo ( $F_s$ ) de 128 Hz. La banda de frecuencia de interés fue la alfa (8-12 Hz) y, como se describió anteriormente, el objetivo principal fue analizar si hubo un incremento significativo en el espectro del IAPF con la tarea de concentración. Esta mejora en la PSD tiene efectos positivos en la mejora de la cognición y la memoria, así como en el tratamiento clínico (Bazanova & Vernon, 2014; Gruzelier, 2014).

### 3.1.1.2 Dataset DM

El *dataset* se tomó de (Gutiérrez & Ramírez-Moreno, 2016) y está disponible en (Gutiérrez & Ramírez-Moreno, 2020). Lo seleccionamos para analizar una tarea cognitiva combinada con el movimiento motriz. Otro motivo estuvo relacionado con el estudio de otras bandas de frecuencia además del ritmo alfa. El objetivo principal de DM fue estudiar el comportamiento del espectro en diferentes bandas de frecuencia durante el proceso de aprendizaje de una nueva habilidad. La capacidad a dominar consistía en escribir con el teclado Colemak (Colemak, 2019). Como resultado, reportaron una disminución significativa en la PSD de las bandas beta (13-29 Hz) y gamma (30-40 Hz). Este cambio en el primer ritmo está relacionado con actividades de aprendizaje motor, como en el caso de la tarea de mecanografía. Mientras tanto, la disminución en la PSD de la segunda banda se puede asociar con el enlace temporal, que es la capacidad de agrupar eventos separados que ocurren en diferentes lapsos de tiempo (Buehner, 2010). Diez usuarios (seis mujeres y cuatro hombres) realizaron la tarea y no hubo división de grupos. La Tabla 3.2 describe las características de los usuarios relacionadas con las sesiones grabadas, sexo (H = Hombre o M = Mujer) y edad.

Cuadro 3.2: Información de los participantes de DM

Usuario	Sesiones grabadas	Sexo	Edad
1	3	M	18
2	3	M	19
3	3	H	23
4	3	M	19
5	3	M	19
6	3	M	21
7	3	H	20
8	3	H	20
9	3	H	20
10	3	H	20

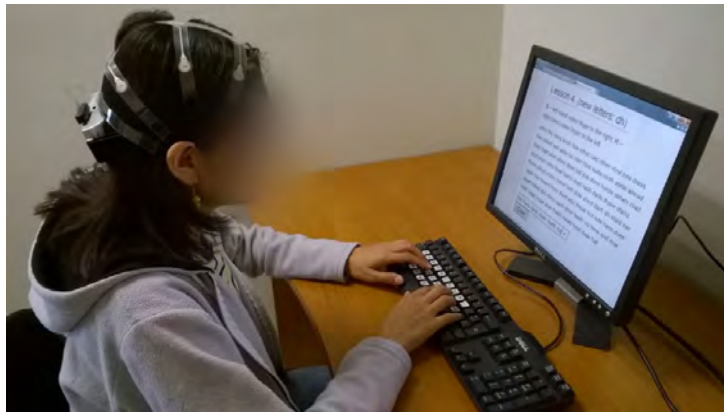


Figura 3.4: Montaje experimental de DM, imagen tomada de (Gutiérrez & Ramírez-Moreno, 2016)

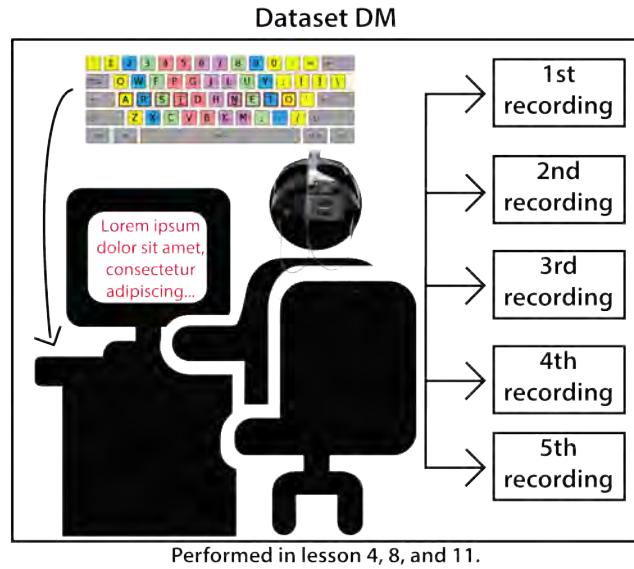


Figura 3.5: Protocolo de DM

Los participantes hicieron 12 sesiones, y en cada una, realizaron una de las lecciones de mecanografía disponibles en (Colemak, 2006), como se muestra en la Figura 3.4. La dificultad de la tarea fue aumentando a medida que avanzaban las lecciones. Los usuarios repitieron cada una de las lecciones cinco veces y sus ensayos se registraron para fines de comparación. En las lecciones cuatro, ocho y once, se registraron sus señales cerebrales. Estas grabaciones cerebrales se consideraron de dificultad baja, media y alta para realizar la tarea. La Figura 3.5 ilustra este proceso.

Las señales cerebrales fueron grabadas con el B-Alert X10, con nueve sensores: F3, Fz, F4, C3, Cz, C4, P3, POz y P4 (Advanced Brain Monitoring, 2020). Las grabaciones fueran adquiridas con un  $F_s$  de 256 Hz.

Para mostrar la aplicabilidad de la metodología propuesta, consideramos las grabaciones cerebrales antes y después de LGR. Asimismo, se utilizaron la primera y la última repetición de las lecciones registradas (4, 8 y 11) en DM. Seleccionamos estas señales cerebrales para analizarlas y ver si existía un cambio significativo en la PSD de las bandas de frecuencia correspondientes, relacionadas con la actividad cognitiva estudiada (concentración y aprendizaje de una nueva habilidad, respectivamente). Para referencias futuras, consideraremos las señales EEG de LGR como grabaciones pre y post, mientras que las señales de DM como grabaciones #1 y #5.

Teniendo en cuenta estas grabaciones, podemos realizar la selección de los electrodos relevantes relacionados con el proceso cerebral. En la siguiente subsección, explicamos este proceso. Como se describió anteriormente, usamos estos sensores como un parámetro de modelado en el EnKF (más específico, para la matriz de transformación  $H$ ). Además, estas señales de EEG se utilizan como datos de entrada para el EnKF. Este procedimiento, junto con la prueba de rangos con signo de Wilcoxon para el análisis estadístico, se explica en las siguientes subsecciones.

### 3.1.2 Selección de sensores relevantes

Como se describió anteriormente, consideramos como sensores *relevantes* aquellos que tienen más probabilidades de tener un valor de coherencia significativo en el rango de frecuencia seleccionado relacionado con el fenómeno de interés. Para encontrar estos electrodos, utilizamos la siguiente metodología:

1. Para pre-procesar los datos, filtramos las grabaciones de EEG con un filtro Butterworth paso banda de cuarto orden <sup>3</sup>, con frecuencias de corte de 1 y 63 Hz.
2. Se adaptó el método de selección de electrodos basado en coherencia descrito en (Salazar-Varas & Gutiérrez, 2015) y se aplicó a las grabaciones cerebrales. Esta metodología tiene en cuenta la conectividad entre diferentes áreas del cerebro analizando los valores de coherencia entre diferentes electrodos en la banda de frecuencia de interés. En el caso de LGR, el ritmo cerebral analizado fue la banda alfa (8-12 Hz), mientras que en DM, fueron las bandas beta (13-29 Hz) y gamma (30-40 Hz). Para cada frecuencia, la coherencia se evaluó de la siguiente manera:
  - De los  $m$  sensores disponibles, todas las posibles combinaciones de tres se calculan con el coeficiente binomial ( $C_3^m$ ).
  - Para cada subconjunto de tres electrodos, el valor de coherencia se calcula entre todos los pares de sensores, generando tres valores de coherencia:  $\gamma_{1,2}(f)$ ,  $\gamma_{1,3}(f)$ ,  $\gamma_{2,3}(f)$ . Éstos se calculan con (2.13). Seleccionamos este número de sensores en cada combinación ya que, de acuerdo con Salazar-Varas and Gutiérrez (2015), éste es

---

<sup>3</sup>Seleccionado por su uniformidad en la respuesta de amplitud (Modarres, Kuzma, Kretzmer, Pack, & Lim, 2017).

el número mínimo de redes cerebrales modulares involucradas en tareas cognitivas,

- Para asegurar que cada uno de los valores obtenidos expresó una verdadera conectividad, se evaluó la significancia de la coherencia de acuerdo con Faes, Pinna, Porta, Maestri, and Nollo (2004). Si el subconjunto tenía una coherencia significativa en los tres valores, el subconjunto se almacenaba.
  - Este proceso se aplicó en todas las grabaciones EEG.
3. Los subconjuntos se evaluaron en los datos EEG, en el rango de las bandas de frecuencia de interés (LGR: 8-12 Hz; DM: 13-29 Hz y 30-40 Hz) y para cada sesión realizada por el usuario. Se tuvo en cuenta como posible candidato el subconjunto que presentaba el 100% de aparición en todo el rango de frecuencias en los registros de EEG.
  4. El subconjunto que obtuvo más repeticiones en todas las sesiones, es seleccionada como la relevante.

Para más detalles del método de selección de electrodos, vea (Salazar-Varas & Gutiérrez, 2015). Con el subconjunto relevante de electrodos para cada usuario, realizamos la DA usando EnKF y las grabaciones cerebrales.

### 3.1.3 Asimilación de datos con EnKF

Para realizar DA con EnKF, la siguiente metodología se aplica:

1. Como paso de preprocesamiento, los datos se filtraron con un filtro Butterworth de paso banda de cuarto y quinto orden para LGR (rango de corte 1-63 Hz) y DM (rango de corte 1-100 Hz), respectivamente. Estos rangos de corte se seleccionaron de acuerdo con los  $F_s$  de cada *dataset*. Los artefactos de movimiento y de sensores se eliminaron con análisis de componentes independientes (ICA). Para ésto, usamos la interfaz EEGLAB para trazar los componentes e identificarlos. De acuerdo con Jiang, Bian, and Tian (2019), este método es más efectivo y flexible para separar las señales EEG de los artefactos. Independientemente de este proceso de filtrado, el ruido de medición  $z_t$  se tomó en cuenta para calcular la matriz de covarianza de ruido del sensor  $R$ .

2. Con el set de *sensores relevantes* y los datos pre-filtrados, se desarrolló el EnKF. Para ésto, implementamos el método en un programa de Python, que se describirá más adelante.
3. Se analizó la señal original (grabada con todos los electrodos), y tres casos a comparar: (i) usando las mediciones de todos los sensores, (ii) considerando las señales de los sensores relevantes, y (iii) dejando afuera esos electrodos. La razón de contemplar estas situaciones es para analizar la contribución espectral de diferentes regiones del cerebro, así como para evaluar la ventaja de la selección de sensores. La densidad de potencial espectral (PSD) fue obtenida para estos casos con el método de Welch (Welch, 1967) con un 50% de superposición.

### 3.1.3.1 Implementación de EnKF

Para aplicar el EnKF a las grabaciones EEG, se desarrolló un programa Python con diferentes bibliotecas como Numpy. Las principales razones para utilizar este lenguaje de programación fueron dos: (i) la reducción de la memoria para el almacenamiento y (ii) la fácil manipulación de las estructuras matriciales ya que Numpy está implementado en C. Por lo tanto, las operaciones matriciales son más rápidas de calcular (McKinney, 2013). Esta implementación de Python está disponible en (Peralta-Malváez, Etcheverry, & Salazar-Varas, 2020b).

El programa recibe como entradas  $F_s$ , el número total de sensores usados para el registro de la señal, el conjunto de electrodos relevantes y la señal a analizar. Las dos primeras variables se utilizan para calcular los tamaños de las matrices y los vectores de la Sección 2.1. Como se presenta en la misma sección, describiremos cada paso y los métodos seleccionados para calcular la matriz de transición de estado  $F$ , la matriz de raíz cuadrada  $S_t$  (SRM) y la actualización de esta variable.

Para el estado inicial, el estado  $x_0$  es dado por la primera muestra de todo el registro de EEG con tamaño  $m \times 1$  ( $m =$  número de sensores). La matriz de covarianza del proceso  $P_0$  se calcula utilizando la varianza y la covarianza de las mediciones del primer segundo de los datos EEG (es decir, la matriz con tamaño  $m \times F_s$ ). La varianza se calcula de la siguiente manera:

$$\sigma_a^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(a_i - \bar{a})^2}{N}, \quad (3.1)$$

donde  $a$  es uno de los  $m$  electrodos,  $\bar{a}$  es la media de  $a$ ,  $a_i$  es el valor del elemento  $i^{th}$  y  $N$  es el número total de variables. La covarianza ( $\sigma_a\sigma_b$ ) es dada por

$$\sigma_a\sigma_b = \sum_{i=1}^N \frac{(a_i - \bar{a})(b_i - \bar{b})}{N}, \quad (3.2)$$

donde  $a$  y  $b$  ( $a \neq b$ ) son dos de los  $m$  electrodos. Basándonos en (3.1) y (3.2),  $P_0$  es definida como:

$$P_0 = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & \sigma_a\sigma_b \\ \sigma_b\sigma_a & \sigma_b^2 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

Note que (3.3) funciona para dos sensores, pero la idea es la misma para los  $m$  electrodos que tenemos en los dos *datasets*. En Python, podemos calcular esta matrix con el método `cov` de Numpy (ver Figura 3.6).

```
def initialCovMatrix(data):
    return np.cov(data)
```

Figura 3.6: Cálculo de  $P_0$ .

Para la predicción del estado (2.3), se necesita calcular la matriz de transición de estado  $F$  y transformar  $P_{t-1}$  en la forma  $SS^T$  para predecir  $S_t^p$ . Como se describió en la Sección 2.1, podemos obtener  $F$  mediante diferentes métodos. Para este trabajo, usamos las series de Taylor, ya que no requiere la solución de eigenvalores de la matriz  $F$  (Johnson & Phillips, 1971)<sup>4</sup>. Este método se calcula de la siguiente manera:

$$F = e^{A\Delta t} = I + A\Delta t + \frac{(A\Delta t)^2}{2!} + \frac{(A\Delta t)^3}{3!} + \dots, \quad (3.4)$$

donde  $I$  la matriz de identidad,  $A$  es una matriz  $m \times m$  de coeficientes y  $\Delta t$  es la muestra de tiempo, que es igual a  $1/F_s$ .  $A$  se expresa de acuerdo al número de términos a usar. Por ejemplo, en una matriz  $3 \times 3$ ,  $A$  se define como:

<sup>4</sup>Considerando la ecuación diferencial lineal invariante en el tiempo  $\dot{x} = Fx + Bu$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Esta forma (unos arriba de la diagonal principal) es usada para calcular las variables del triángulo superior de  $F$ . Con el mismo ejemplo,  $A$  es aplicada junto con  $\Delta t$  para obtener  $F$ :

$$F = I + A\Delta t + \frac{(A\Delta t)^2}{2!} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Con ésto, programamos este método para calcular  $F$  (ver Figure 3.7 y Algoritmo 3).

```
def calculateF_Taylor(samplingRate, numSensors):
    c = np.zeros([numSensors,numSensors])

    for i in range(numSensors):
        v = (1/samplingRate**i)/math.factorial(i)
        a = np.empty(numSensors)
        a.fill(v)
        np.fill_diagonal(c[i:], a)

    return c.T
```

Figura 3.7: Cálculo de  $F$ .

---

### Algoritmos 3 Matriz de transición de estado $F$

---

- 1: **Input:**  $F_s, m$  ▷  $m$ : número de sensores
  - 2: **Output:**  $F$
  - 3:  $F \leftarrow I$  ( $m \times m$ )
  - 4: **for**  $i \leftarrow 1$  to  $m - 1$  **do**
  - 5:      $j \leftarrow i + 1$
  - 6:      $tayValue \leftarrow (1/F_s)^i / i!$
  - 7:      $diag \leftarrow$  vector ( $1 \times m$ ) llenado con  $tayValue$
  - 8:     diagonal  $j$  de  $F \leftarrow diag$
  - 9: **end for**
-



Para transformar  $P_{t-1}$  en  $SS^T$ , usamos la descomposición  $LDL^T$ . De acuerdo con Krishnamoorthy and Menon (2011), comparado con el método Cholesky, evitamos el uso de operaciones de raíz cuadrada para los elementos de la diagonal si aplicamos  $LDL^T$  (ver Algoritmo 1). Usamos el método `ldl` de las funciones de álgebra lineal (`linalg`) disponibles en Scipy. Como se ven en la Figura 3.8 y el Algoritmo 4, damos como entrada  $P_{t-1}$  y seleccionamos si deseamos la matriz triangular superior ( $lower = 0$ ) o inferior ( $lower = 1$ ). Note que la descomposición  $LDL^T$  se realiza sólo cuando  $P_{t-1} = P_0$ . Para las siguientes  $t$ , tenemos como entrada  $S_{t-1}$ , que se usa directamente para calcular  $S_t^p$  con la rotación de Givens.

```
def getNextSquareRoot(matrixC,Q,F, typeM):
    SnewT = 0
    newP = matrixC
    if (typeM == 'initial'):
        if(np.allclose(matrixC, matrixC.T) == 'false'):
            newP = (matrixC + matrixC.T)/2

        try:
            lu, d, perm = lin.ldl(newP, lower = 1)
            L = lu.dot(lin.fractional_matrix_power(d,0.5))

            SnewT = givens.givensMethod(F, Q, L)

        except np.linalg.LinAlgError:
            SnewT = 0
            return SnewT
    else:
        try:
            SnewT = givens.givensMethod(F, Q, matrixC)
        except np.linalg.LinAlgError:
            SnewT = 0
            return SnewT

    return SnewT.T #return as S
```

Figura 3.8: Cálculo de  $S$  con la descomposición  $LDL^T$ .

---

**Algoritmos 4** Siguiente SRM

---

```
1: Input: matrixC,  $Q_{t-1}$ ,  $F$ , typeMatrix
2: Output:  $S_t^p$ 
3:  $m \leftarrow$  tamaño de  $P_0$ 
4:  $L \leftarrow$  zeros( $m \times m$ )
5:  $D \leftarrow$  zeros( $m \times 1$ )
6: if typeMatrix = "initial" then ▷ matrixC es  $P_{t-1}$ 
7:   for  $i \leftarrow 1$  to  $m$  do
8:      $D_i = P_{t-1(i,i)} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{i,k}^2 D_k$ 
9:     for  $j \leftarrow i + 1$  to  $m$  do
10:       $L_{j,i} = (1/D_i)(P_{t-1(j,i)} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{j,k} L_{i,k} D_k)$ 
11:    end for
12:  end for
13:   $S_{t-1} \leftarrow L \bullet D^{1/2}$ 
14:   $S_t^p \leftarrow$  Givens rotation( $F, Q_{t-1}, S_{t-1}$ )
15: else ▷ matrixC es  $S_{t-1}$ 
16:   $S_t^p \leftarrow$  Givens rotation( $F, Q_{t-1}, \text{matrixC}$ )
17: end if
```

---

Como se describe en la Sección 2.2, podemos calcular  $S_t^p$  con diferentes enfoques. En este trabajo, usamos la rotación de Givens, ya que es menos sensible a los problemas de escala y es más flexible para la conversión de cero (Moon & Stirling, 2000; Gibbs, 2011b). Para esto, necesitamos encontrar la matriz  $B$  de (2.11). Al usar el método Givens,  $B$  se define de la siguiente manera:

$$B = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

donde  $c$  y  $s$  se pueden interpretar como funciones coseno y seno respectivamente de un ángulo. De acuerdo con (Gibbs, 2011b), las funciones trigonométricas no son necesarias ya que su aplicación es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

donde  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $c = a/r$  y  $s = -b/r$ .

Con esta información, implementamos la rotación de Givens como un método de Python que recibe  $F$ ,  $Q$ , y  $S_{t-1}$  (ver Figura 3.9 y Algoritmo 5).

```
def givensMethod(F,Q,S):
    Ftrans = F.T
    Strans = S.T
    Qtrans = (np.sqrt(Q)).T

    mul = Ftrans.dot(Strans)

    L = np.concatenate((mul, Qtrans), axis = 0)
    R = np.copy(L)

    for j in range(0, L.shape[1]):
        for i in range(L.shape[0],j+1, -1):
            gMatrix = np.identity(L.shape[0])
            a = R[i-2,j]
            b = R[i-1,j]
            if b == 0:
                cos = 1
                sin = 0
            else:
                if abs(b) > abs(a):
                    r = a/b
                    sin = 1/math.sqrt(1 + pow(r,2))
                    cos = sin*r
                else:
                    r = b/a
                    cos = 1/math.sqrt(1 + pow(r,2))
                    sin = cos*r

            gMatrix[i-2:i,i-2:i] = [[cos, -sin], [sin, cos]]
            R = (gMatrix.T).dot(R)

    Strans = R[0:len(F)][0:len(F)]
    return Strans
```

Figura 3.9: Método para la rotación de Givens

---

**Algoritmos 5** Rotación de Givens

---

```
1: Input:  $F, Q_{t-1}, S_{t-1}$ 
2: Output:  $S_t^p$ 
3:  $m \leftarrow$  size of  $S_{t-1}$ 
4:
5:  $U \leftarrow \begin{bmatrix} F^T \bullet S_{t-1}^T \\ Q_{t-1}^{T/2} \end{bmatrix}$  ▷ tamaño  $2m \times m$ 
6:
7: for  $j \leftarrow 1$  to  $m$  do
8:   for  $i \leftarrow 2m : -1 : j + 1$  do ▷ tamaño  $2m \times 2m$ 
9:      $B \leftarrow I$ 
10:     $a \leftarrow U_{i-1,j}$ 
11:     $b \leftarrow U_{i,j}$ 
12:    if  $b = 0$  then
13:       $c \leftarrow 1$ 
14:       $s \leftarrow 0$ 
15:    else
16:      if  $\text{abs}(b) > \text{abs}(a)$  then
17:         $r \leftarrow a/b$ 
18:         $s \leftarrow 1/\sqrt{1+r^2}$ 
19:         $c \leftarrow s \times r$ 
20:      else
21:         $r \leftarrow b/a$ 
22:         $c \leftarrow 1/\sqrt{1+r^2}$ 
23:         $s \leftarrow c \times r$ 
24:      end if
25:    end if
26:     $B_{[i-1,i],[i-1,i]} = \begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix}$ 
27:     $U \leftarrow B^T \bullet U$ 
28:  end for
29: end for
30:  $S_t^p \leftarrow U_{[1:m],[1:m]}$ 
```

---

Finalmente, para actualizar  $P_t$  y  $x_t$  en (2.5) y (2.6) respectivamente, junto con el cálculo de la ganancia de Kalman en (2.4), implementamos el algoritmo de Potter (Algoritmo 2). El método recibe como entrada  $S_t$ , el vector de transformación  $H$ , la matriz de covarianza del ruido del sensor  $R$ ,  $x_t$  y  $y_t$  (ver Figura 3.10).

```
def potterAlg(S, H, R, x, y):
    lenX = len(x)
    lenH = len(H)
    I = np.eye(lenX)
    S_i = S
    x_i = x

    for i in range(lenX):
        H_i = H if H.shape == (1,lenX) else reshape(H[i], (1,lenH))

        y_i = scalar(y[i]) if y.shape == (lenX,1) else y

        R_i = variance(R[i])

        phi = dotProduct(S_i.T, H_i.T)
        a = scalar(1 / ((dotProduct(phi.T, phi)) + R_i))
        gammaPlus = 1 / (1 + math.sqrt(dotProduct(a, R_i)))
        Splus = dotProduct(S_i, (I - (dotProduct(dotProduct(a, gammaPlus),
                                                (dotProduct(phi, phi.T))))))
        k = dotProduct(a, (dotProduct(Splus, phi)))
        xPlus = x_i + dotProduct(k, (y_i - (dotProduct(H_i, x_i))))
        S_i = Splus
        x_i = xPlus

    P = dotProduct(S_i, S_i.T)
    return P
```

Figura 3.10: Implementación del algoritmo de Potter

El programa Python devuelve la señal original (teniendo en cuenta todos los sensores) y el uso del EnKF en tres escenarios: (i) considerar todos los electrodos, (ii) considerar los relevantes (referidos como canales ganadores o *WC*), y (iii) no considerar estos electrodos (no canales ganadores o simplemente *NWC*). Cada señal se almacenó en un archivo CSV para trabajos futuros. Con estos cuatro resultados, obtuvimos la PSD (con el método de Welch) con fines comparativos. Un ejemplo de este proceso se presenta en la Figura 3.11.

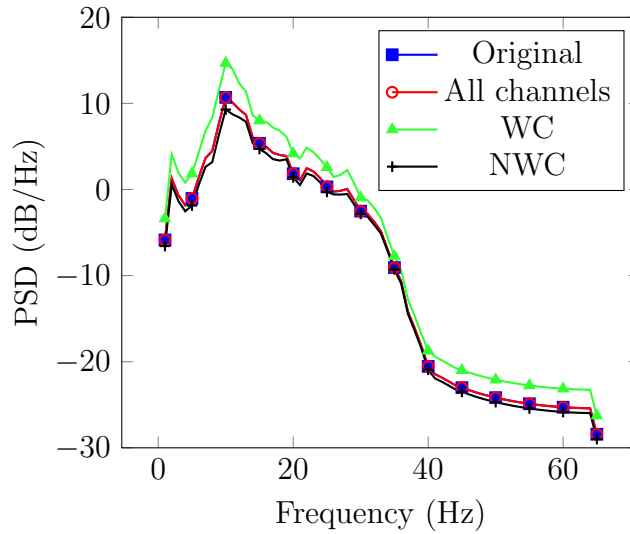


Figura 3.11: PSD de los resultados EnKF.

Al graficar la PSD de diferentes sesiones, pudimos tener una representación de los resultados para compararlos. El objetivo principal fue analizar, en función del ritmo cerebral de interés, un posible aumento o disminución de la PSD de cada usuario. Sin embargo, fue necesario evaluar si este cambio significativo se presentó por las actividades realizadas en cada estudio y no por casualidad. Para ello, necesitábamos considerar la distribución de probabilidad de nuestros datos, la dependencia entre grupos y el tamaño de la muestra para seleccionar el método estadístico a utilizar.

### 3.1.4 Análisis estadístico

Una vez realizado el método DA, evaluamos si hubo un cambio significativo en los valores PSD debido a la realización de tareas cognitivas. Como se describe en la Sección 2.4, diferentes métodos nos ayudan con el análisis estadístico. Para este trabajo, utilizamos la prueba de rangos con signo de Wilcoxon por dos razones: los datos PSD no tienen una distribución normal y queríamos examinar grupos emparejados. Para LGR, se compararon las grabaciones previas y posteriores, mientras que para DM, estábamos interesados en encontrar diferencias entre la prueba #1 y #5 en cada una de las tres sesiones grabadas. Note que, para este análisis estadístico, usamos sólo la señal que considera los sensores relevantes, ya que éstos son los más correlacionados con la tarea en cuestión.

Todas las pruebas estadísticas se realizaron con un nivel de significancia del 5 %. Estábamos especialmente interesados en buscar diferencias significativas en los valores PSD en las bandas alfa, beta baja y beta alta o gamma, dados los resultados informados anteriormente en (Peralta-Malvárez & Etcheverry, 2019) y (Gutiérrez & Ramírez-Moreno, 2016), respectivamente. Tenga en cuenta que un cambio en la banda de frecuencia se consideró relevante cuando la mayoría de sus valores de PSD (con una resolución de 1 Hz) resultaron tener diferencias significativas entre los grupos.

Con esta metodología propuesta, podemos ayudar en el estudio de un proceso cerebral con respecto a la señal EEG. Como se describió anteriormente, este enfoque podría ser útil para que los expertos en el campo de la neurociencia realicen diagnósticos y tomen decisiones médicas. Para demostrar su viabilidad, utilizamos dos *datasets* diferentes que funcionaban con tareas cognitivas. En el siguiente capítulo, presentamos los resultados de la selección de los sensores relevantes, el EnKF, y el análisis estadístico para ambos *datasets*.

# Capítulo 4

## Resultados y discusión

En este capítulo, presentamos los resultados utilizando la metodología propuesta. Para cada *dataset*, mostramos los resultados de la siguiente manera: Primero, los resultados de usar la coherencia para seleccionar los *sensores relevantes*. Después, la densidad de la potencia espectral (PSD) resultante del filtro de Kalman en ensamble (EnKF) en tres escenarios: el uso de todos los electrodos, considerando los relevantes (*canales ganadores* o WC), y omitiendo estos electrodos (*no canales ganadores* o NWC). Luego, el análisis estadístico con la prueba de rangos con signo de Wilcoxon. Finalmente, discutimos los resultados de ambos *datasets*.

### 4.1 Dataset LGR

Como se describe en la Sección 3.1.1.1, usamos las grabaciones previas y posteriores de todas las sesiones que realizaron los usuarios. Con estos datos obtuvimos los electrodos más correlacionados con la actividad de concentración, los analizamos con el EnKF, y vimos si hubo un aumento significativo en el espectro de la banda alfa.

#### 4.1.1 Selección de sensores relevantes

Note que para este *dataset*, usamos el casco Emotiv EPOC+ para grabar la señal cerebral. Con los 14 sensores disponibles, tenemos 364 posibles combinaciones de tres electrodos. Estos subconjuntos fueron evaluados con la



metodología en la Sección 3.1.2, y el que tuviera más repeticiones en todas las grabaciones EEG fue seleccionado como el relevante. La Tabla 4.1 y Figura 4.1 muestran el nombre y posición de los *sensores relevantes* para cada usuario, juntos con el grupo asignado (C = control o E = experimental).

Cuadro 4.1: Electrodo relevantes para cada participante en LGR.

Usuario	Grupo	<i>Sensores relevantes</i>
1	E	F4, F8, AF4
2	E	F3, FC6, AF4
3	E	FC5, F4, AF4
4	E	F3, FC5, F4, F8, AF4
5	E	FC5, T8, F4, F8, AF4
6	E	F3, F8, AF4
7	C	T7, FC6, F8
8	E	AF3, FC5, FC6, F4, F8, AF4
9	C	P8, T8, F8
10	E	AF3, FC6, F4
11	C	T8, F8, AF4
12	C	P8, F4, AF4

Como se puede ver en la Figura 4.1, al menos un electrodo relevante se ubicó en el área frontal para todos los usuarios. Este era un resultado esperado ya que la banda alfa, específicamente la frecuencia máxima de alfa individual (IAPF), ya se ha identificado en el lóbulo frontal en relación con la actividad cognitiva (Angelakis et al., 2007). En el caso de los Usuarios 4, 5 y 7, presentaron más de tres sensores significativos. La razón es que tuvieron un empate de diferentes subconjuntos que se repitieron la mayor cantidad de veces en todas las sesiones. Por ejemplo, el Usuario 5 tuvo un empate entre el subconjunto FC5, F8, AF4 y T8, F4, AF4.

Al comparar grupos, la mayoría de los usuarios del experimental presentaron sus tres sensores en la zona frontal. Mientras tanto, los electrodos del grupo de control se diferencian en uno o dos que se encuentran en el área temporal o parietal. Este resultado se describe en detalle en la Sección 4.3.

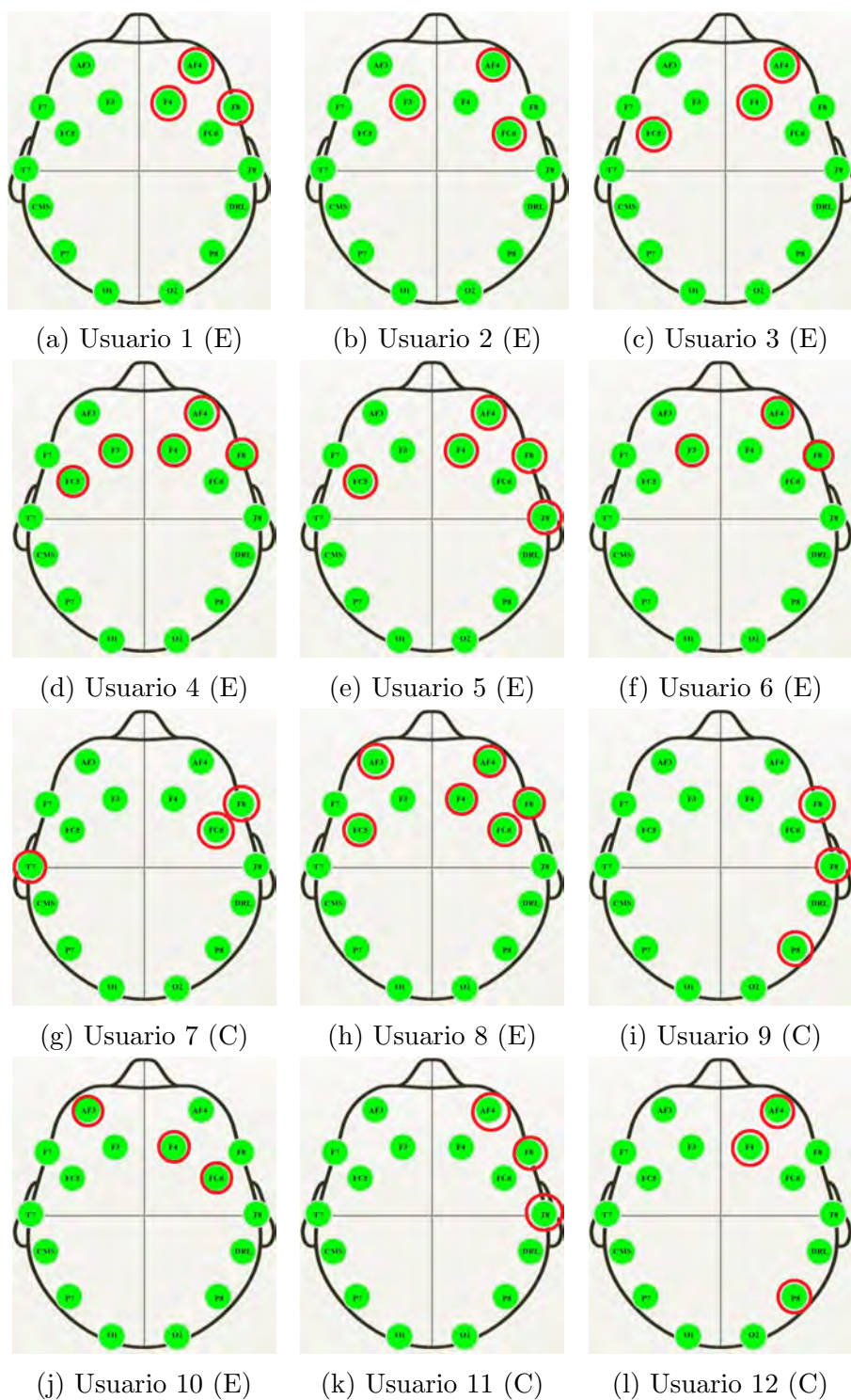


Figura 4.1: Sensores relevantes en LGR, marcados con círculos rojos. E: Grupo experimental, C: Grupo de control.

Note que todos los usuarios presentaron al menos un sensor frontal ubicado en el hemisferio derecho (AF4, F4, F8 y FC6). Más preciso, la mayoría de los participantes tenían en común el sensor AF4. De acuerdo con Weissman, Perkins, and Woldorff (2008), la corteza prefrontal dorsolateral (DLPFC) derecha está relacionada con los procesos cognitivos al permitir que las personas controlen sus acciones, y se sabe que su actividad aumenta durante las tareas de la memoria de trabajo como un reflejo del enfoque y la atención (Smith, Jonides, & Koeppe, 1996; Sridharan, Levitin, & Menon, 2008).

Hasta el momento, es posible decir que la metodología basada en la coherencia para seleccionar los sensores relevantes funcionó de acuerdo con el ritmo de frecuencia y la tarea cognitiva estudiada en el *dataset*. Con estos electrodos para cada usuario, junto con las grabaciones previas y posteriores de todas las sesiones, utilizamos la implementación de EnKF en Python descrita en la Sección 3.1.3.1.

#### 4.1.2 Asimilación de datos con EnKF

Como se describe en la Sección 3.1.3 y 3.1.3.1, analizamos la señal original (incluyendo todos los electrodos) y el uso de EnKF en tres casos diferentes: todos los sensores, solo los sensores relevantes y sin estos electrodos. Dado que estos resultados se calcularon con distintos números de sensores ( $m = 14, 3, 11$ ), comparamos la media ( $\mu$ ) y la mediana de la amplitud asimilada de estas mediciones para verificar que no se haya introducido ningún sesgo por posibles valores atípicos. La Figura 4.2 muestra un ejemplo de esta comparación para el Usuario 1.

Como se muestra en la Figura 4.2,  $\mu$  y la mediana de cada uno de los histogramas tienen valores aproximadamente similares. Con estas variables, podemos ver que no hubo sesgo si consideramos menos o más electrodos para nuestro análisis de EEG.

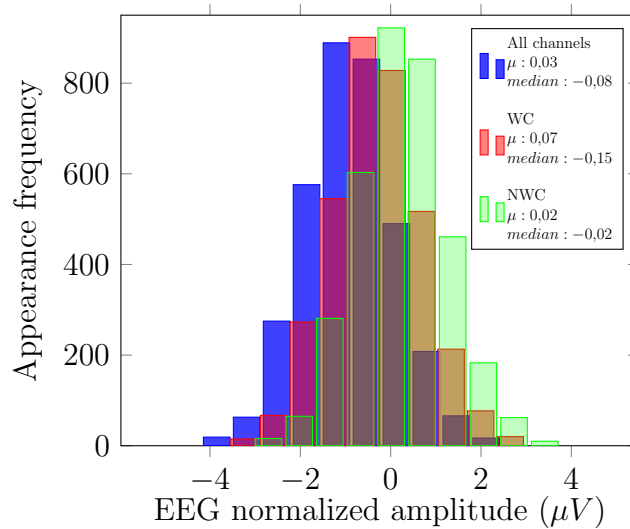


Figura 4.2: Histogramas de la grabación previa del Usuario 1.

Después de esta comparación, calculamos cada espectro a partir de la señal original y los tres resultados de EnKF descritos anteriormente. Como se presenta en la Sección 3.1.3.1, usamos el método de Welch para calcular la PSD. Un ejemplo de este proceso se muestra en la Figura 4.3 para todos los usuarios para las pregrabaciones en la sesión 3. Mostramos el resto de las sesiones en el Apéndice A. Todas las gráficas contienen cuatro curvas que representan la señal original, todos los sensores (All), solo los sensores relevantes (WC) y sin considerarlos (NWC).

Podemos apreciar que todos los usuarios, para esta sesión, tuvieron una mayor magnitud en la PSD del caso WC en comparación con los demás. Este comportamiento está respaldado por el hecho de que su resultado está más correlacionado con la actividad de interés. Por el contrario, el NWC arrojó menor potencia en algunos de los participantes, ya que no contiene los electrodos relevantes. Sin embargo, en algunas de las sesiones, algunos participantes tuvieron el caso de WC con una PSD de menor magnitud en comparación con otras curvas como la original. Este comportamiento podría estar relacionado con la selección de los sensores relevantes. Como se describe en la Sección 3.1.2, los subconjuntos debían tener una aparición del 100 % en todo el rango de frecuencias en la grabación del cerebro para que pudiéramos considerarlo como un candidato.

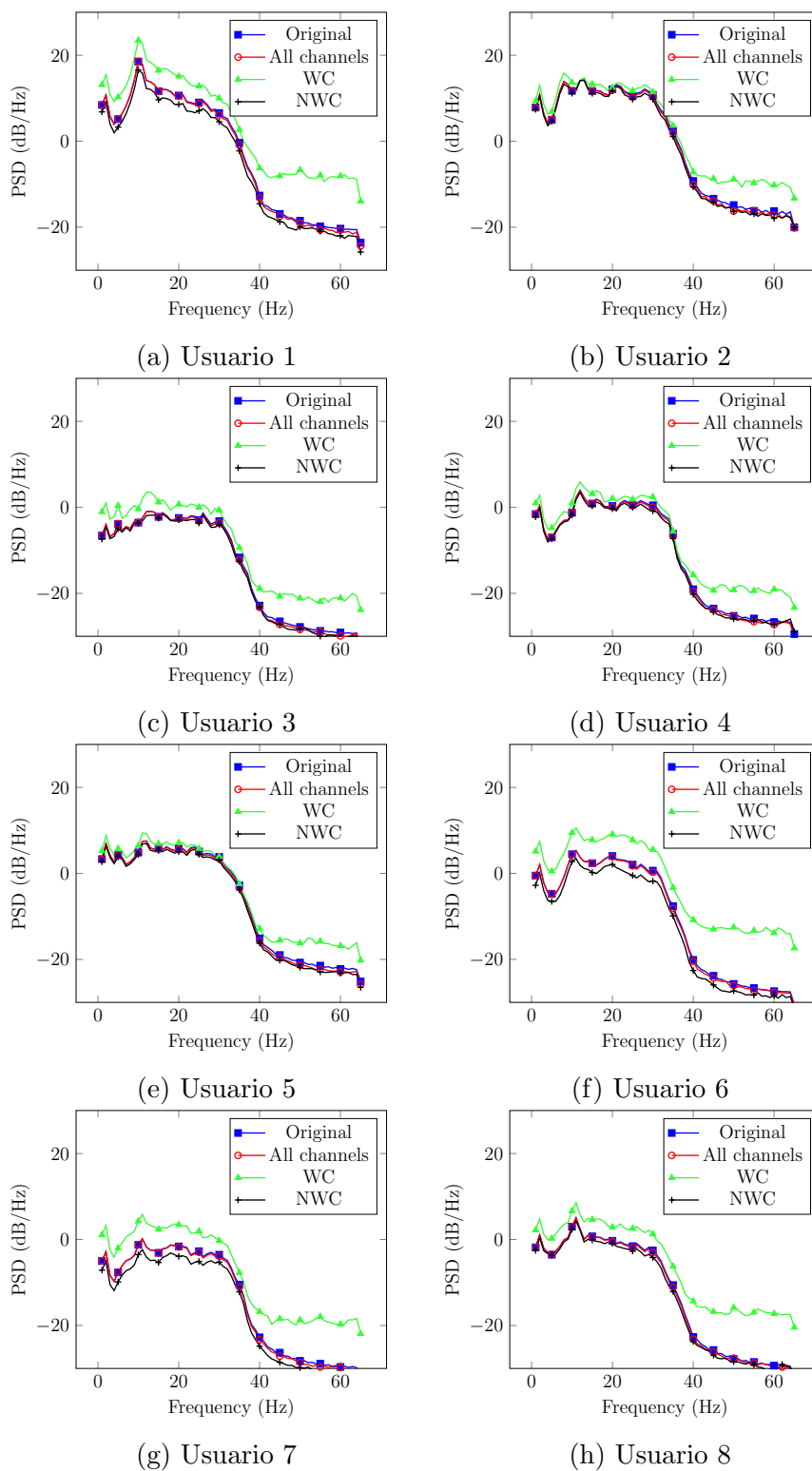


Figura 4.3: Resultados PSD de EnKF de la sesión 3.

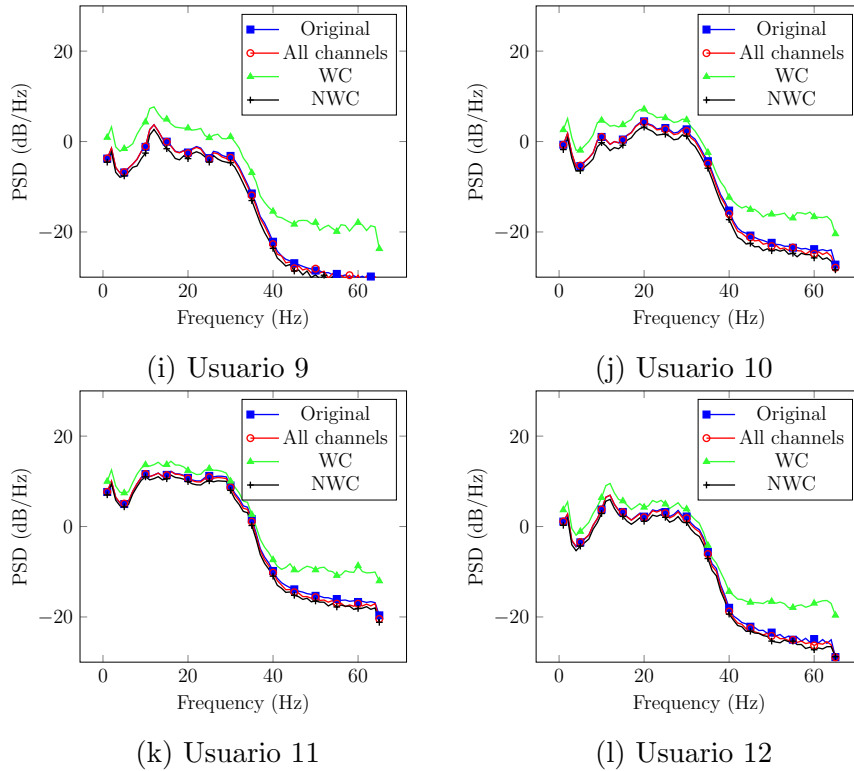


Figura 4.3: Resultados PSD de EnKF de la sesión 3 (cont.).

Otro aspecto a destacar es el comportamiento de la señal original (grabada con todos los electrodos) y el caso que considera todos los sensores. Ambas curvas tienen el mismo rendimiento y esperábamos este comportamiento ya que EnKF está modelando y prediciendo la grabación de EEG prefiltrada.

Como describimos anteriormente, con estas gráficas de todas las sesiones, podemos tener una representación ilustrativa de los resultados de EnKF. Además, podemos ver cómo los sensores contribuyen o no con el fenómeno de interés a través de todas las grabaciones cerebrales. Sin embargo, necesitamos saber si los resultados obtenidos con el EnKF están relacionados con la actividad de concentración y no por casualidad.

### 4.1.3 Análisis estadístico

Como se mencionó en la Sección 3.1.1.1, el objetivo principal de este *dataset* fue estudiar un posible aumento en el espectro de IAPF con la tarea de con-

centración. Para analizar este aumento, comparamos los resultados previos y posteriores de PSD de los sensores relevantes en la banda alfa (8-12 Hz). El objetivo es saber si este cambio en los valores PSD se debió a la realización de la actividad. Con estos resultados, se describieron la hipótesis nula ( $H_0$ ) y experimental ( $H_1$ ).  $H_0$  como la diferencia de las medianas de los resultados pre y post PSD ( $\theta$ ) igual a cero ( $H_0 : \theta = 0$ ), y  $H_1$  como  $\theta$  mayor que cero ( $H_1 : \theta > 0$ ). Usamos un nivel de significancia del 5% en estas pruebas.

Los resultados se pueden ver en la Figura 4.4, divididos en grupo experimental y de control. En ambas gráficas, el *eje x* representa a los usuarios y el *eje y* es cada una de las sesiones registradas. Allí, los puntos representan en qué sesiones los participantes tuvieron un aumento significativo en el ritmo alfa. Observamos que todos los usuarios, incluso los del grupo de control, tuvieron este desempeño en más de una sesión, y este es un resultado esperado ya que la banda alfa está relacionada con procesos cognitivos como la concentración (Angelakis et al., 2007). Además, podemos apreciar que en sesiones consecutivas los participantes tuvieron el aumento significativo, y luego hay un rango de sesiones sin cambio. Por ejemplo, el Usuario 1 (experimental) obtuvo el cambio en las sesiones 3, 4 y 5, y no tuvo otro aumento significativo hasta la sesión 8. Otro ejemplo es el Usuario 9 (control), que tuvo el cambio en la sesión 1, luego en la sesión 8, y hasta la sesión 17, tuvo un cambio significativo junto con la sesión 18. Describimos este comportamiento en detalle en la Sección ??.

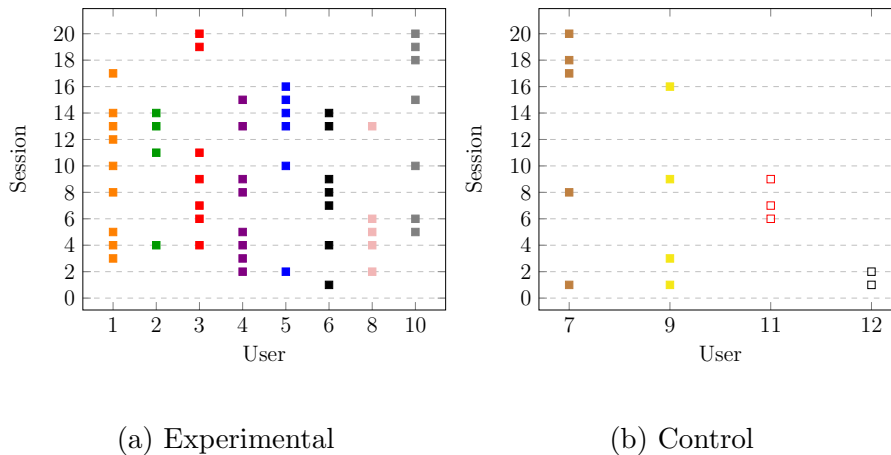


Figura 4.4: Sesiones con cambio significativo en LGR.

## 4.2 Dataset DM

En el caso de DM, como se presentó en la Sección 3.1.1.2, usamos las grabaciones #1 y #5 de las lecciones grabadas (cuatro, ocho y once). Como en LGR, usando estas señales, se obtuvieron los electrodos más correlacionados al aprendizaje de una nueva habilidad. Además, las analizamos con el EnKF, y vimos si hubo un decremento significativo en los espectros de beta y gamma.

### 4.2.1 Selección de sensores relevantes

Para este *dataset*, los autores usaron el casco B-Alert X10 para las grabaciones EEG. En este caso, con los nueve sensores disponibles, tuvimos 84 posibles combinaciones de tres electrodos. Con las grabaciones #1 y #5, y el procedimiento descrito en la Sección 3.1.2, se obtuvieron los sensores relevantes y éstos son presentados en la Tabla 4.2 y la Figura 4.5.

Como en LGR, algunos participantes tuvieron más de tres sensores significantes. Por ejemplo, los Usuarios 4 y 9 obtuvieron un empate entre el subconjunto C3, P3, POz, y Cz, POz, and F4. Como se describe en la Sección 4.1.1 la razón de estos resultados es que obtuvieron un empate de diferentes subconjuntos que se repitieron en el estudio.

Cuadro 4.2: Electrodos relevantes para cada participante en DM.

Usuario	<i>Sensores relevantes</i>
1	C3, P3, POz
2	C3, Cz, P3, POz
3	F3, C3, Cz
4	F4, C3, Cz, P3, POz
5	C3, Cz, P3, POz
6	C3, P3, POz
7	C3, P3, POz
8	C3, P3, POz
9	F4, C3, Cz, P3, POz
10	C3, P3, POz



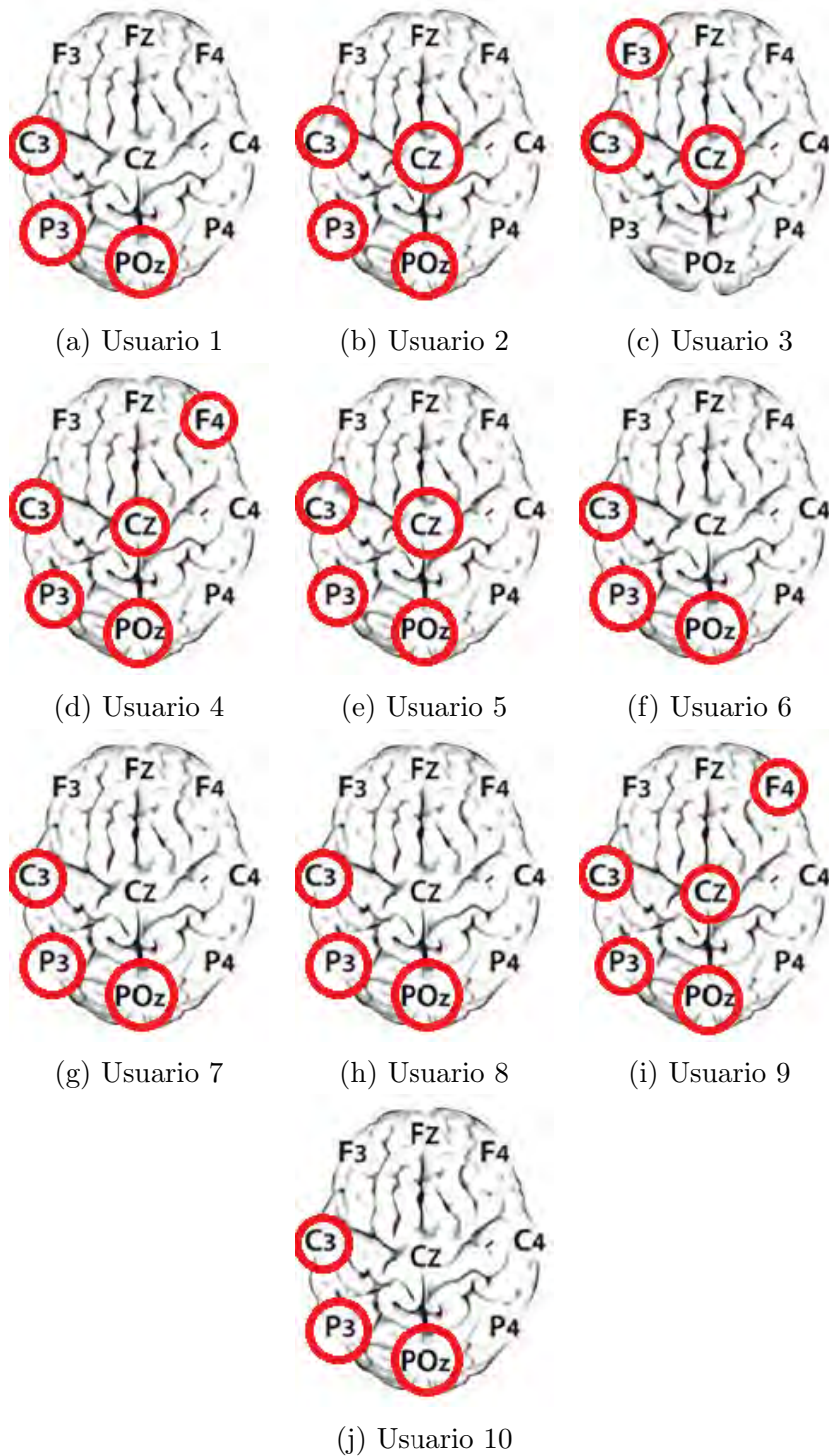


Figura 4.5: Sensores relevantes en DM, marcados con círculos rojos.

Note que nueve de diez participantes tuvieron en común el subconjunto C3, P3, POz. Estos electrodos están en acuerdo con la activación de la corteza motora primaria, que está implicada en la adquisición y ejecución de movimientos (Kleim, 2009). Tenga en cuenta que el objetivo principal de este estudio fue estudiar el espectro durante el proceso de aprendizaje de mecanografía con el teclado Colemak. Además, según Culham and Kanwisher (2001), diferentes tareas cognitivas como la memoria de trabajo convergen en el área parietal.

Una vez más, podemos decir que la metodología utilizada para seleccionar los electrodos relevantes funcionó de acuerdo con los ritmos de frecuencia y la tarea cognitiva estudiada. Al igual que con el *dataset* anterior, usamos estos sensores y las grabaciones #1 y #5 (lecciones 4, 8 y 11) para realizar el EnKF.

## 4.2.2 Asimilación de datos con EnKF

Al igual que LGR, analizamos la señal original (registrada con todos los sensores) y el uso de EnKF en tres escenarios: usando todos los sensores, sólo los sensores relevantes, y no usando estos electrodos. Note que, ya que los autores usaron el B-Alert System, el número de sensores difiere ( $m = 9, 3, 6$ ). Comparamos la media ( $\mu$ ) y la mediana de los resultados de EnKF. El objetivo era verificar que no hubieran sesgos en los datos. La Figura 4.6 muestra esta comparación para el Usuario 5 y, dado que  $\mu$  y la mediana tienen valores aproximadamente similares, podemos decir que no hubo sesgo si consideramos menos o más electrodos.

Nuevamente, usamos el método de Welch para calcular la PSD a partir de la señal original y los tres resultados de EnKF. La Figura 4.7 muestra este proceso para los 10 usuarios en la grabación #1 de la lección 4. El resto de los resultados se presentan en el Apéndice B. Estas gráficas también contienen cuatro curvas que representan la señal original, todos los sensores (All), sólo los sensores relevantes (WC) y sin considerarlos (NWC).

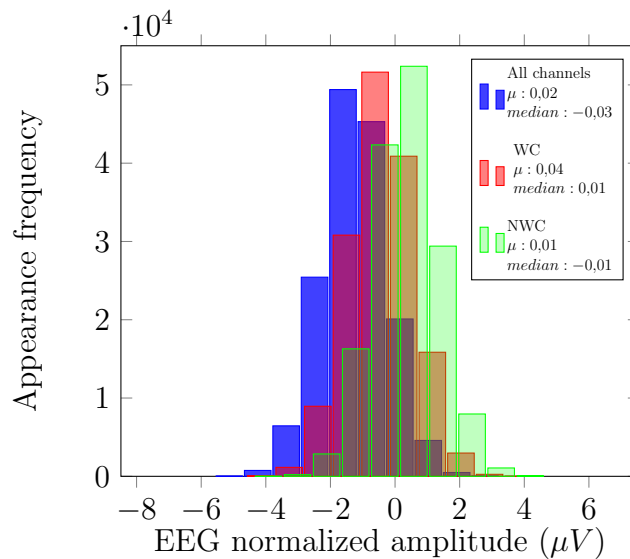
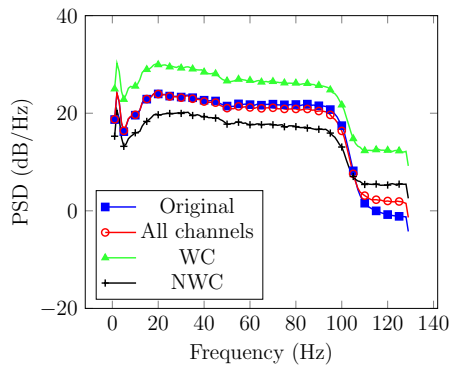


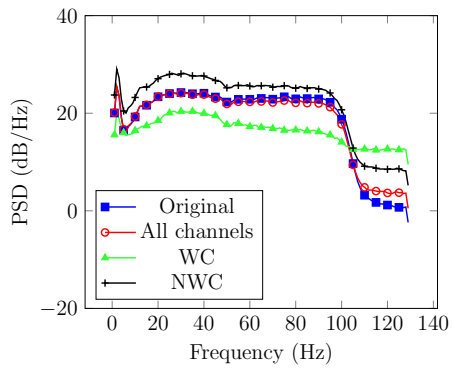
Figura 4.6: Histogramas de la grabación #1 del Usuario 5.

Note que la gráfica de WC se destaca como el de mayor potencia para la mayoría de las frecuencias. Sin embargo, la curva NWC está en la parte superior para algunas frecuencias. Tal comportamiento podría estar relacionado con diferentes factores que afectan el desempeño del usuario y, en consecuencia, la potencia de ciertas bandas de frecuencia (Trápaga Ortega, Pelayo González, & Sánchez Ortiz, 2018). Sin embargo, tal como se describe en LGR, esta conducta también podría estar relacionada con la selección de los *sensores relevantes*. Por ejemplo, el Usuario 2 tiene una curva WC más baja que las otras ya que tenía otro subconjunto de electrodos importantes. Además, el comportamiento de la señal original y el caso que considera todos los sensores tienen el mismo comportamiento.

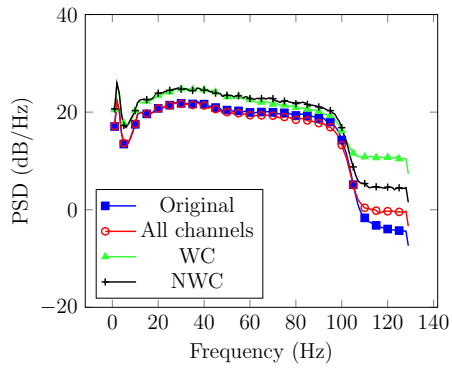
Con esta representación ilustrativa de los resultados de EnKF, podemos ver cómo los electrodos contribuyen o no al fenómeno de aprender una nueva habilidad. Con estos resultados, realizamos el análisis estadístico para saber si los cambios presentados en las grabaciones cerebrales están relacionados con la actividad de mecanografía.



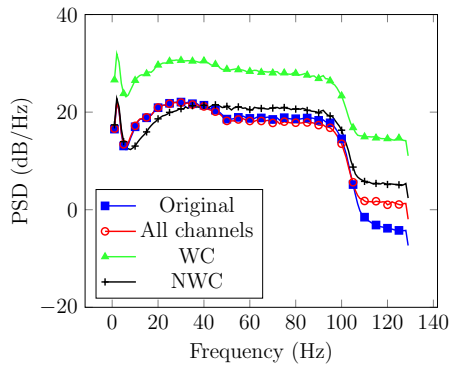
(a) Usuario 1



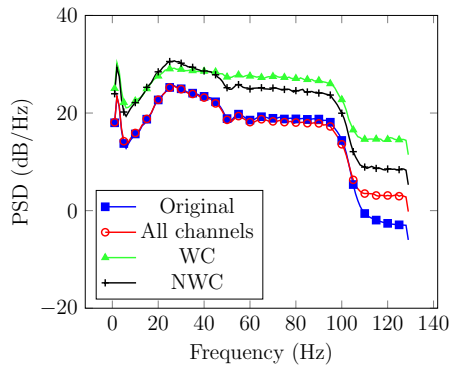
(b) Usuario 2



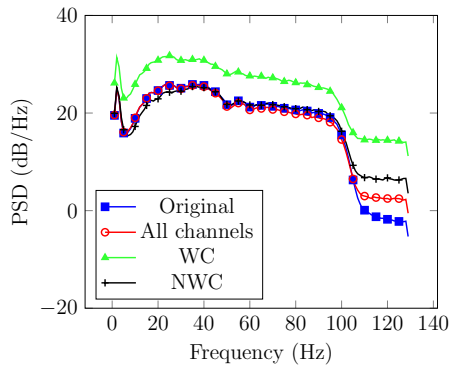
(c) Usuario 3



(d) Usuario 4



(e) Usuario 5



(f) Usuario 6

Figura 4.7: Resultados PSD de EnKF de la lección 4.

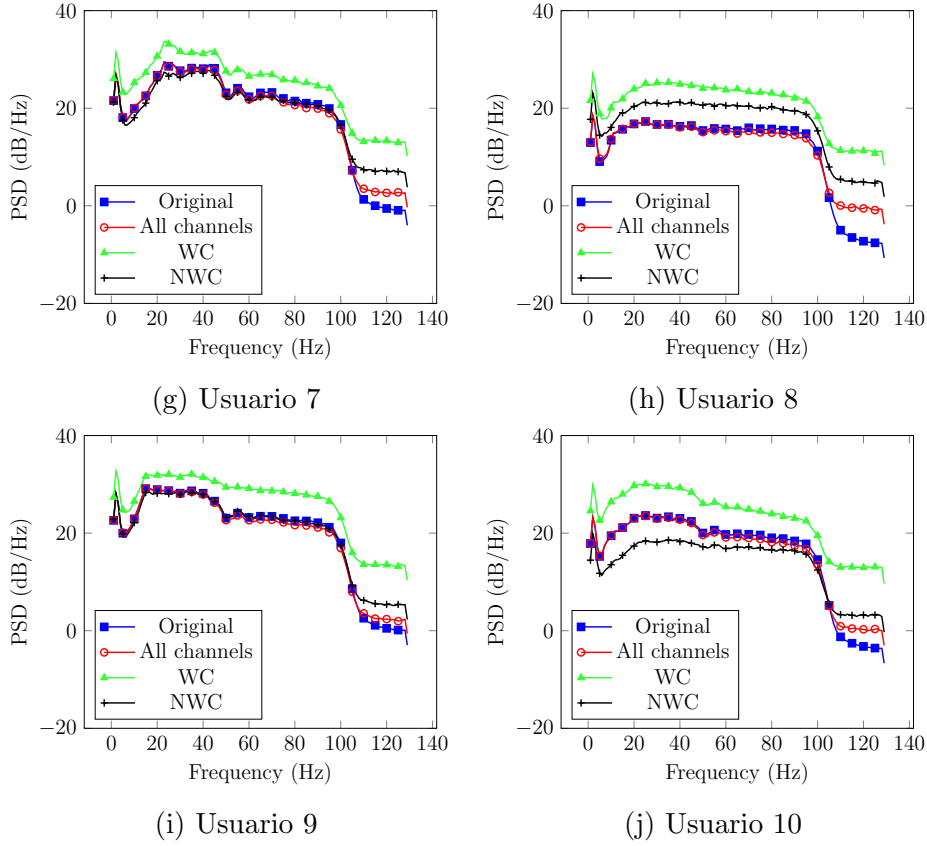


Figura 4.7: Resultados PSD de EnKF de la lección 4 (cont.).

### 4.2.3 Análisis estadístico

Como se menciona en la Sección 3.1.1.2, el objetivo principal de este textitdataset era estudiar el comportamiento del espectro en diferentes bandas de frecuencia durante el proceso de aprendizaje de una nueva habilidad. Los autores informaron una disminución significativa en la PSD de las bandas beta (13-29 Hz) y gamma (30-40 Hz). Para analizar esta disminución, comparamos los resultados de PSD #1 y #5 de los sensores relevantes en las bandas beta (baja y alta) y gamma. El objetivo es saber si este cambio en los valores de PSD se debió a la realización de la actividad. Con estos resultados, se describieron la hipótesis nula ( $H_0$ ) y experimental ( $H_1$ ).  $H_0$  como la diferencia de las medianas de los resultados PSD de #1 y #5 ( $\theta$ ) igual a cero ( $H_0 : \theta = 0$ ), y  $H_1$  como  $\theta$  menor que cero ( $H_1 : \theta < 0$ ). Usamos un nivel de significancia del 5% en estas pruebas.

Los resultados se pueden apreciar en la Figura 4.8, donde el *eje x* representa a los usuarios y el *eje y* cada una de las lecciones registradas (4, 8 y 11). Cada uno de los puntos (según cada banda de frecuencia) muestra en cuál de las lecciones los participantes tuvieron una disminución significativa. Tenga en cuenta que la mayoría de los usuarios muestran cambios significativos en la banda beta (ya sea baja, alta o ambas) en la mayoría de las lecciones. Este decremento está de acuerdo con que beta esté relacionada con las actividades de aprendizaje motor, como en el caso de la tarea de mecanografía. La banda gamma también tuvo un cambio significativo, que podría estar asociado con la unión temporal, que es la capacidad de agrupar eventos separados que ocurren en diferentes lapsos de tiempo (Buehner, 2010).

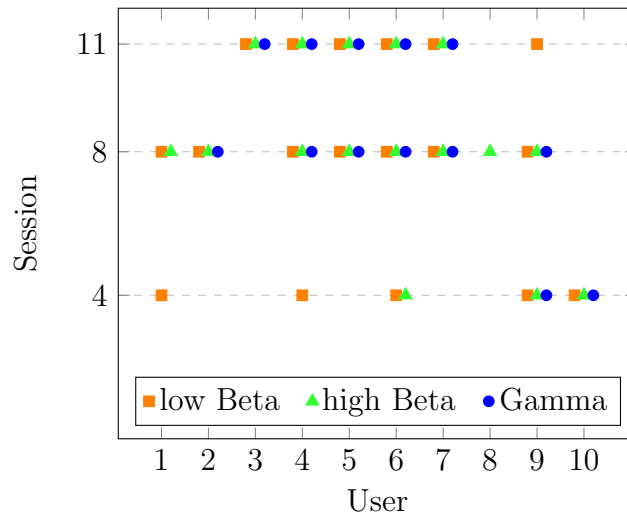


Figura 4.8: Sesiones con cambio significativo en DM.

### 4.3 Discusión

Con la metodología propuesta, que utiliza la coherencia junto con EnKF, pudimos obtener información sobre el espectro de diferentes procesos cognitivos en ambos *datasets*.

Los electrodos elegidos se relacionaron con las áreas cerebrales asociadas a las tareas cognitivas evaluadas. Además, el análisis estadístico mostró una fuerte relación entre cada tarea cognitiva y sus bandas de frecuencia asociadas. Como se describió anteriormente, para LGR, los sensores relevantes para todos los sujetos en el grupo experimental están ubicados en el lóbulo

frontal. Es bien sabido que la banda alfa en el área frontal está relacionada con actividades cognitivas como la concentración. Por otro lado, para el caso del grupo control, los participantes obtuvieron al menos un sensor temporal o parietal como parte de sus significativos. Estos lóbulos cerebrales, junto con el ritmo alfa, están asociados con actividades creativas como el pensamiento divergente y la generación de ideas (Benedek, Schickel, Jauk, Fink, & Neubauer, 2014; Lustenberger, Boyle, Foulser, Mellin, & Fröhlich, 2015; Luft, Zioga, Thompson, Banissy, & Bhattacharya, 2018). Note que, aún cuando estos usuarios realizaron la misma actividad de concentración que el grupo experimental, recibieron el estímulo auditivo en períodos aleatorios. Éste pudo distraerlos durante la tarea y, en consecuencia, no se concentraron lo suficiente en la actividad solicitada. Este comportamiento se puede ver en sus sensores significativos en otros lóbulos cerebrales además del frontal.

En cuanto a DM, las bandas beta y gamma en la corteza motora primaria (lóbulos central y parietal) están relacionadas con la adquisición y desempeño del movimiento. La activación de estas áreas se puede ver en el subconjunto de sensores C3, P3, POz, que obtuvieron la mayoría de los usuarios. Sin embargo, tres participantes (3, 4 y 9) tuvieron al menos un electrodo frontal. De acuerdo con Kulkarni and Bairagi (2018), beta en el lóbulo frontal se asocia con tareas cognitivas relacionadas con la toma de decisiones, que pudieron presentarse durante la actividad de mecanografía. Además, gamma en la misma área del cerebro se correlaciona con la ejecución del movimiento (Babiloni et al., 2016) y el procesamiento fonológico. Este último relacionado con identificar cadenas de letras o palabras a simple vista (Jensen, Kaiser, & Lachaux, 2007; Meeuwissen, Takashima, Fernández, & Jensen, 2011).

Para los resultados de EnKF, note que todas las gráficas que se muestran en esta tesis contienen cuatro curvas diferentes con respecto a la señal original (registrada con todos los sensores), el uso de todos los electrodos y considerando o no los sensores relevantes (WC y NWC respectivamente). En la mayoría de las sesiones de ambos *dataset*, la magnitud de la curva WC es mayor en comparación con las otras gráficas. Este comportamiento podría estar relacionado con el uso de electrodos correlacionados con las correspondientes bandas de frecuencia estudiadas. Sin embargo, en algunas de las sesiones, el resto de curvas destacaron en comparación a la de WC. Una razón podría estar asociada a la presencia de otros electrodos del mismo lóbulo de los relevantes. Por ejemplo, el Usuario 1 de LGR sólo tiene sensores frontales, pero todavía tenemos electrodos de la misma área (FC6, AF3, F3, F7, FC5) que podrían contribuir al PSD. Otro ejemplo, pero de DM, es el Usuario 1 que tiene sensores centrales y parietales como importantes. Sin embargo, el casco tiene más electrodos de estas áreas que podrían contribuir al es-

pectro de frecuencias. Como se describió anteriormente, otro factor de este comportamiento podría estar relacionado con la selección del sensor, ya que los subconjuntos debían tener una aparición del 100% en todo el rango de frecuencia en el registro cerebral para que pudiéramos considerarlo como un candidato.

En cuanto a los resultados estadísticos, en LGR, los usuarios tuvieron menos de la mitad de las sesiones con un aumento significativo en la banda alfa. Éstos podrían ser el resultado de dos aspectos: sobreentrenamiento y demanda cognitiva. La primera ligada a un exceso de práctica, lo que conduce a una disminución en el rendimiento del usuario. Este rendimiento podría tener un posible aumento en la progresión del experimento (Strehl, 2014; Enriquez-Geppert, Huster, & Herrmann, 2017). Este comportamiento se puede ver, por ejemplo, en los Usuarios 3, 4, 5 y 10 en la Figura 4.4. La segunda característica está relacionada con la demanda de memoria y la atención, que incrementa la potencia en la banda alfa (Haegens, Cousijn, Wallis, Harrison, & Nobre, 2014; Strehl, 2014). Algunos usuarios de la Figura 4.4 no mostraron un aumento significativo durante las últimas sesiones, y posiblemente esté relacionado con la baja demanda cognitiva debido a la repetitividad de la actividad. Esto dado que la actividad de concentración fue la misma en todas las sesiones realizadas por ambos grupos.

En DM, podemos ver que todos los usuarios tuvieron un cambio significativo en beta (baja, alta o ambas) en la mayoría de las sesiones. Este comportamiento está relacionado a la activación de la corteza motora primaria (debido a la escritura) y la activación parietal, donde convergen una variedad de tareas cognitivas como la memoria de trabajo y la atención (Culham & Kanwisher, 2001). Con respecto a los cambios en la banda gamma, pueden estar relacionados con el proceso de mirar un párrafo, recordarlo y luego escribirlo. Además de esto, se sabe que la banda gamma controla la percepción del acoplamiento, que se asocia con las habilidades motoras y el aprendizaje (Thelen, 1990; Blanco & Ramirez, 2019).

En ambos *datasets*, observamos un cambio significativo en el espectro de las bandas de frecuencia de interés. Como se describe en las subsecciones anteriores, el incremento y decremento del PSD están correlacionados con las actividades realizadas en los estudios. Con los resultados obtenidos con respecto a los sensores relevantes, el uso de estos electrodos junto con EnKF, y el análisis estadístico, observamos la contribución de los lóbulos cerebrales con respecto a los ritmos cerebrales relacionados con las tareas de interés.



## Capítulo 5

# Conclusiones y trabajo a futuro

En esta tesis, se propuso una metodología que combina un método de asimilación de datos (DA) y enfoques de electroencefalograma cuantitativo (QEEG). El objetivo principal es ayudar en el análisis de las señales EEG con respecto a un proceso cerebral. Para demostrar la aplicabilidad de la propuesta, creamos un *dataset* con 12 participantes que realizaron una actividad de concentración (LGR). Además, usamos otro *dataset* que también trabajó con procesos cognitivos (DM).

Con la coherencia, seleccionamos los sensores relevantes, que son los electrodos más correlacionados con la tarea cerebral. En ambos *datasets*, los participantes obtuvieron sensores que se corresponden con el área cerebral y la banda de frecuencia relacionada con la tarea cognitiva de interés. Algo a destacar es que la mayoría de los usuarios de cada *dataset* obtuvieron electrodos en común. Estos resultados se pueden estudiar y comparar con otras metodologías que toman en cuenta las diferentes áreas del cerebro como los microestados (Mishra, Englitz, & Cohen, 2020).

Mediante el uso del filtro de Kalman en ensamble (EnKF), junto con los sensores relevantes, contemplamos el comportamiento de la densidad de la potencia espectral (PSD) y lo comparamos con otros escenarios en cuanto al uso de todos los electrodos y no tomando en cuenta a los relevantes. Pudimos observar cómo los sensores, ubicados en las áreas cerebrales involucradas en la tarea realizada, contribuían o no con la PSD del usuario respecto al fenómeno estudiado. Además, mediante el uso de una prueba estadística, pudimos analizar en qué sesiones los participantes tuvieron un cambio significativo en las frecuencias de interés.

Con los resultados adquiridos, mostramos el potencial de utilizar EnKF junto con QEEG para proporcionar información relevante del espectro obtenido en las grabaciones cerebrales. Más específicamente, con esta metodología, contemplamos qué lóbulos cerebrales contribuyeron al espectro de alfa (LGR), beta y gamma (DM). Además, observamos los cambios significativos en la PSD de los usuarios a medida que realizaban las tareas cognitivas correspondientes.

Como trabajo a futuro, para que los expertos en neurociencias puedan utilizar la metodología propuesta, es importante validarla junto con nuestros resultados. Para ello, necesitamos realizar más pruebas con otras bandas de frecuencia relacionadas con diferentes procesos cerebrales. Además, contemplamos la creación de una interfaz de usuario para que los resultados puedan ser interpretados fácilmente por los especialistas. Con estas mejoras, la metodología podría utilizarse para evaluar el progreso de los pacientes en cuanto a capacidad cognitiva, motricidad, trastornos neurológicos, entre otros.

# Bibliografía

- Aboy, M., Marquez, O. W., McNames, J., Hornero, R., Tran Trong, & Goldstein, B. (2005). Adaptive modeling and spectral estimation of nonstationary biomedical signals based on kalman filtering. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 52(8), 1485-1489.
- Advanced Brain Monitoring, A. (2020). *B-Alert X10 EEG headset system*. Retrieved 2020-07-05, from <https://www.advancedbrainmonitoring.com/products/b-alert-x-series>
- Angelakis, E., Stathopoulou, S., Frymiare, J. L., Green, D. L., Lubar, J. F., & Kounios, J. (2007). EEG neurofeedback: A brief overview and an example of peak alpha frequency training for cognitive enhancement in the elderly. *The Clinical Neuropsychologist*, 21(1), 110-129. doi: 10.1080/13854040600744839
- Arcucci, R., Moutiq, L., & Guo, Y.-K. (2020). Neural assimilation. In V. V. Krzhizhanovskaya et al. (Eds.), *Computational science – ICCS 2020* (pp. 155–168). Springer International Publishing.
- Arevalo-Rodriguez, I., Smailagic, N., Roqué i Figuls, M., Ciapponi, A., Sanchez-Perez, E., Giannakou, A., ... Cullum, S. (2015). Minimal state examination (MMSE) for the detection of alzheimer’s disease and other dementias in people with mild cognitive impairment (MCI). *Cochrane Database of Systematic Reviews*(3). doi: 10.1002/14651858.CD010783.pub2
- Arnold, M., Milner, X. H. R., Witte, H., Bauer, R., & Braun, C. (1998). Adaptive AR modeling of nonstationary time series by means of Kalman filtering. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 45(5), 553-562.
- Babiloni, C., Del Percio, C., Vecchio, F., Sebastiano, F., Di Gennaro, G., Quarato, P. P., ... Mirabella, G. (2016). Alpha, beta and gamma electrocorticographic rhythms in somatosensory, motor, premotor and prefrontal cortical areas differ in movement execution and observation in humans. *Clinical Neurophysiology*, 127(1), 641 - 654. doi: 10.1016/

j.clinph.2015.04.068

- Bahari, F., et al. (2016). The neural basis for sleep regulation — data assimilation from animal to model. In *2016 50th Asilomar conference on signals, systems and computers* (p. 1061-1065).
- Barlow, J. S. (1985). Methods of analysis of nonstationary EEGs, with emphasis on segmentation techniques: A comparative review. *Journal of Clinical Neurophysiology*, *2*(3), 267-304.
- Bazanava, O., & Vernon, D. (2014). Interpreting EEG alpha activity. *Neuroscience and Biobehavioral Reviews*, *44*, 94-110. (Applied Neuroscience: Models, methods, theories, reviews. A Society of Applied Neuroscience (SAN) special issue.) doi: 10.1016/j.neubiorev.2013.05.007
- Beck, A. T., Ward, C. H., Mendelson, M., Mock, J., & Erbaugh, J. (1961, 06). An inventory for measuring depression. *JAMA Psychiatry*, *4*(6), 561-571. doi: 10.1001/archpsyc.1961.01710120031004
- Benedek, M., Schickel, R. J., Jauk, E., Fink, A., & Neubauer, A. C. (2014). Alpha power increases in right parietal cortex reflects focused internal attention. *Neuropsychologia*, *56*, 393 - 400. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2014.02.010
- Blanco, A. D., & Ramirez, R. (2019). Evaluation of a sound quality visual feedback system for bow learning technique in violin beginners: An EEG study. *Frontiers in Psychology*, *10*, 165. doi: 10.3389/fpsyg.2019.00165
- Buehner, M. (2010). *Temporal binding. in attention and time. : Oxford university press*. Online. Retrieved from <https://oxford.universitypressscholarship.com/view/10.1093/acprof:oso/9780199563456.001.0001/acprof-9780199563456-chapter-15>
- Büchel, C., & Friston, K. (1998). Dynamic changes in effective connectivity characterized by variable parameter regression and kalman filtering. *Human Brain Mapping*, *6*(5-6), 403-408. doi: 10.1002/(SICI)1097-0193(1998)6:5/6<403::AID-HBM14>3.0.CO;2-9
- Carrassi, A., Bocquet, M., Bertino, L., & Evensen, G. (2018). Data assimilation in the geosciences: An overview of methods, issues, and perspectives. *WIREs Climate Change*, *9*(5). doi: 10.1002/wcc.535
- Chan, A., Quiroz, J., Dascalu, S., & Harris, F. (2015). An overview of brain computer interfaces. In L. Miller (Ed.), *30th international conference on computers and their applications, CATA 2015* (pp. 327–333). The International Society for Computers and Their Applications - ISCA.
- Colemak. (2006). *Typing lessons*. Retrieved 2020-08-03, from [https://colemak.com/Typing\\_lessons](https://colemak.com/Typing_lessons)
- Colemak. (2019). *Colemak keyboard layout*. Retrieved 2020-01-20, from <https://colemak.com/>

- Culham, J. C., & Kanwisher, N. G. (2001). Neuroimaging of cognitive functions in human parietal cortex. *Current opinion in neurobiology*, *11*(2), 157–163.
- DePoy, E., & Gitlin, L. N. (2016). Chapter 20 - Statistical analysis for experimental-type designs. In E. DePoy & L. N. Gitlin (Eds.), *Introduction to research (Fifth edition)* (Fifth Edition ed., p. 282 - 310). St. Louis: Mosby. doi: 10.1016/B978-0-323-26171-5.00020-3
- Dhivya, S., & Nithya, A. (2018). A review on machine learning algorithm for EEG signal analysis. In *2018 second international conference on electronics, communication and aerospace technology (ICECA)* (p. 54-57).
- Dong, S., & Jeong, J. (2018, mar 9). Noise reduction in fNIRS data using extended Kalman filter combined with short separation measurement. In *2018 6th international conference on brain-computer interface, BCI 2018* (Vol. 2018-January, p. 1-3). Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. doi: 10.1109/IWW-BCI.2018.8311501
- Durantín, G., et al. (2016). Processing functional near infrared spectroscopy signal with a Kalman filter to assess working memory during simulated flight. *Frontiers in Human Neuroscience*, *9*, 707. doi: 10.3389/fnhum.2015.00707
- Eiselt, M., Schindler, J., Arnold, M., Witte, H., Zwiener, U., & Frenzel, J. (2001). Functional interactions within the newborn brain investigated by adaptive coherence analysis of EEG. *Neurophysiologie Clinique/Clinical Neurophysiology*, *31*(2), 104 - 113. doi: 10.1016/S0987-7053(01)00251-9
- Emotiv. (2018). *Emotiv EPOC+*. Retrieved 2018-10-10, from <https://www.emotiv.com/epoc/>
- Endicott, J., Nee, J., Harrison, W., & Blumenthal, R. (1993). Quality of life enjoyment and satisfaction questionnaire: A new measure. *Psychopharmacology Bulletin*, *29*(2), 321-326.
- Enriquez-Geppert, S., Huster, R. J., & Herrmann, C. S. (2017). EEG-neurofeedback as a tool to modulate cognition and behavior: A review tutorial. *Frontiers in Human Neuroscience*, *11*, 51. doi: 10.3389/fnhum.2017.00051
- Escuain-Poole, L., et al. (2018). *Extracranial estimation of neural mass model parameters using the unscented Kalman filter* (Vol. 4). doi: 10.3389/fams.2018.00046
- Evensen, G. (2009). Chapter 4 - sequential data assimilation. In G. Evensen (Ed.), *Data assimilation: The ensemble kalman filter* (Second Edition ed., p. 27- 45). Springer. doi: 10.1007/978-3-642-03711-5
- Faes, L., Pinna, G. D., Porta, A., Maestri, R., & Nollo, G. (2004). Surrogate

- data analysis for assessing the significance of the coherence function. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 51(7), 1156-1166. doi: 10.1109/TBME.2004.827271
- Fernández, T., & González-Garrido, A. A. (2001). EEG y cognición. In V. Romero & E. Díaz (Eds.), *Texto de neurociencias cognitivas* (p. 351 - 370). El Manual Moderno.
- Finnigan, S., & van Putten, M. J. (2013). EEG in ischaemic stroke: Quantitative EEG can uniquely inform (sub-)acute prognoses and clinical management. *Clinical Neurophysiology*, 124(1), 10 - 19. doi: 10.1016/j.clinph.2012.07.003
- Freestone, D. R., Karoly, P. J., Nešić, D., Aram, P., Cook, M. J., & Grayden, D. B. (2014). Estimation of effective connectivity via data-driven neural modeling. *Frontiers in Neuroscience*, 8, 383. doi: 10.3389/fnins.2014.00383
- Galka, A., Yamashita, O., Ozaki, T., Biscay, R., & Valdés-Sosa, P. (2004). A solution to the dynamical inverse problem of EEG generation using spatiotemporal Kalman filtering. *NeuroImage*, 23(2), 435 - 453. doi: 10.1016/j.neuroimage.2004.02.022
- Gibbs, B. P. (2011a). Chapter 2: System dynamics and models. In *Advanced Kalman filtering, least-squares and modeling: A practical handbook* (p. 13-66). John Wiley and Sons, Inc. doi: 10.1002/9780470890042
- Gibbs, B. P. (2011b). Chapter 5: Linear least-squares estimation: Solution techniques. In *Advanced Kalman filtering, least-squares and modeling: A practical handbook* (p. 139-192). John Wiley and Sons, Inc. doi: 10.1002/9780470890042
- Gruzelier, J. H. (2014). EEG-neurofeedback for optimising performance. i: A review of cognitive and affective outcome in healthy participants. *Neuroscience and Biobehavioral Reviews*, 44, 124-141. doi: 10.1016/j.neubiorev.2013.09.015
- Gutiérrez, D., & Ramírez-Moreno, M. A. (2016). Assessing a learning process with functional ANOVA estimators of EEG power spectral densities. *Cognitive Neurodynamics*, 10(2), 175-183. doi: 10.1007/s11571-015-9368-7
- Gutiérrez, D., & Ramírez-Moreno, M. A. (2020). *Electroencephalography measurements during Colemak typing lessons*. Retrieved 2020-08-14, from <http://dx.doi.org/10.21227/7dmt-jj36>
- Haegens, S., Cousijn, H., Wallis, G., Harrison, P. J., & Nobre, A. C. (2014). Inter- and intra-individual variability in alpha peak frequency. *NeuroImage*, 92, 46 - 55. doi: 10.1016/j.neuroimage.2014.01.049
- Howard, L., & Wright, N. (2008). *t-tests, ANOVA and regression - and their application to the statistical analysis of fMRI data*. Powerpoint

- presentation. (Seminar)
- Huang, G. (2019). Statistical analysis. In L. Hu & Z. Zhang (Eds.), *EEG signal processing and feature extraction* (pp. 335–375). Singapore: Springer Singapore. doi: 10.1007/978-981-13-9113-2\_17
- Huster, R. J., Mokom, Z. N., Enriquez-Geppert, S., & Herrmann, C. S. (2014). Brain–computer interfaces for EEG neurofeedback: Peculiarities and solutions. *International Journal of Psychophysiology*, *91*(1), 36 - 45. doi: 10.1016/j.ijpsycho.2013.08.011
- Jasper, H. (1958). The ten-twenty electrode system of the international federation. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, *10*, 371–375.
- Jensen, O., Kaiser, J., & Lachaux, J.-P. (2007). Human gamma-frequency oscillations associated with attention and memory. *Trends in Neurosciences*, *30*(7), 317 - 324. doi: 10.1016/j.tins.2007.05.001
- Jiang, X., Bian, G.-B., & Tian, Z. (2019, Feb). Removal of artifacts from EEG signals: A review. *Sensors*, *19*(5). doi: 10.3390/s19050987
- Johnson, J., & Phillips, C. (1971). An algorithm for the computation of the integral of the state transition matrix. *IEEE Transactions on Automatic Control*, *16*(2), 204-205.
- Kalman, R. E. (1960, 03). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, *82*(1), 35-45. doi: 10.1115/1.3662552
- Kamp, M., Tahsim-Oglou, Y., Steiger, H.-J., & Hänggi, D. (2012). Traumatic brain injuries in the ancient Egypt: Insights from the Edwin Smith papyrus. *Central European Neurosurgery*, *73*(04), 230-237. doi: 10.1055/s-0031-1275746
- Kim, S., & McNames, J. (2005). Tracking tremor frequency in spike trains using the extended Kalman filter. In *2005 IEEE engineering in medicine and biology 27th annual conference* (p. 7576-7579). doi: 10.1109/IEMBS.2005.1616265
- Kleim, J. (2009). Synaptic mechanisms of learning. In L. R. Squire (Ed.), *Encyclopedia of neuroscience* (p. 731 - 734). Oxford: Academic Press. doi: 10.1016/B978-008045046-9.01316-4
- Kostelich, E. J., Kuang, Y., McDaniel, J. M., Moore, N. Z., Martirosyan, N. L., & Preul, M. C. (2011). Accurate state estimation from uncertain data and models: an application of data assimilation to mathematical models of human brain tumors. *Biology Direct*, *6*(64). doi: 10.1186/1745-6150-6-64
- Krishnamoorthy, A., & Menon, D. (2011). Matrix inversion using Cholesky decomposition. *CoRR*, *abs/1111.4144*. Retrieved from <http://arxiv.org/abs/1111.4144>

- Kulkarni, N., & Bairagi, V. (2018). Chapter two - Electroencephalogram and its use in clinical neuroscience. In N. Kulkarni & V. Bairagi (Eds.), *EEG-based diagnosis of Alzheimer disease* (p. 25 - 35). Academic Press. doi: 10.1016/B978-0-12-815392-5.00002-2
- KÖPruner, V., Pfurtscheller, G., & Auer, L. (1984). Quantitative EEG in normals and in patients with cerebral ischemia. In G. Pfurtscheller, E. Jonkman, & F. L. D. Silva (Eds.), *Brain ischemia: Quantitative EEG and imaging techniques* (Vol. 62, p. 29 - 50). Elsevier. doi: 10.1016/S0079-6123(08)62168-8
- Lal, R. (2017). *Data assimilation and uncertainty quantification in cardiovascular biomechanics* (Unpublished doctoral dissertation). Université Montpellier.
- Li, Z., O’Doherty, J. E., Hanson, T. L., Lebedev, M. A., Henriquez, C. S., & Nicolelis, M. A. L. (2009, 07). Unscented Kalman filter for brain-machine interfaces. *PLOS ONE*, 4(7), 1-18. doi: 10.1371/journal.pone.0006243
- Luft, C. D. B., Zioga, I., Thompson, N. M., Banissy, M. J., & Bhattacharya, J. (2018). Right temporal alpha oscillations as a neural mechanism for inhibiting obvious associations. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 115(52), E12144–E12152. doi: 10.1073/pnas.1811465115
- Lustenberger, C., Boyle, M. R., Foulser, A. A., Mellin, J. M., & Fröhlich, F. (2015). Functional role of frontal alpha oscillations in creativity. *Cortex*, 67, 74 - 82. doi: 10.1016/j.cortex.2015.03.012
- Marinstatslectures. (2018). *Wilcoxon signed rank test — Statistics tutorial 22 — marinstatslectures*. Retrieved 2020-04-12, from <https://www.youtube.com/watch?v=v4ZH1TbTOK8>
- Marzbani, H., Marateb, H. R., & Mansourian, M. (2016). Methodological note: Neurofeedback: A comprehensive review on system design, methodology and clinical applications. *Basic and Clinical Neuroscience Journal*, 7(2). doi: 10.15412/J.BCN.03070208
- McFarland, D., & Vaughan, T. (2016). Chapter 13 - BCI in practice. In D. Coyle (Ed.), *Brain-computer interfaces: Lab experiments to real-world applications* (Vol. 228, p. 389 - 404). Elsevier. doi: 10.1016/bs.pbr.2016.06.005
- McKinney, W. (2013). Chapter 1: Preliminaries. In J. Steele & M. Blanchette (Eds.), *Python for data analysis* (p. 1-15). O’Reilly Media.
- Meeuwissen, E. B., Takashima, A., Fernández, G., & Jensen, O. (2011, 06). Evidence for human fronto-central gamma activity during long-term memory encoding of word sequences. *PLOS ONE*, 6(6), 1-9. doi: 10.1371/journal.pone.0021356
- Mishra, A., Englitz, B., & Cohen, M. X. (2020). EEG microstates as a



- continuous phenomenon. *NeuroImage*, 208, 116454. doi: 10.1016/j.neuroimage.2019.116454
- Modarres, M. H., Kuzma, N. N., Kretzmer, T., Pack, A. I., & Lim, M. M. (2017). EEG slow waves in traumatic brain injury: Convergent findings in mouse and man. *Neurobiology of Sleep and Circadian Rhythms*, 2, 59 - 70. doi: 10.1016/j.nbscr.2016.06.001
- Moler, C., & Van Loan, C. (2003). Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix, twenty-five years later. *SIAM Review*, 45(1), 3-49. doi: 10.1137/S00361445024180
- Moon, T., & Stirling, W. (2000). *Mathematical methods and algorithms for signal processing*. Prentice-Hall.
- Morbidi, F., Garulli, A., Prattichizzo, D., Rizzo, C., Manganotti, P., & Rossi, S. (2007). Off-line removal of TMS-induced artifacts on human electroencephalography by Kalman filter. *Journal of Neuroscience Methods*, 162(1), 293 - 302. doi: 10.1016/j.jneumeth.2006.12.013
- Moye, M., & Diekman, C. (2018). Data assimilation methods for neuronal state and parameter estimation. *The Journal of Mathematical Neuroscience*, 8(11). doi: 10.1186/s13408-018-0066-8
- Munõz-Gutiérrez, P. A., & Giraldo, E. (2017). Ensemble Kalman filter for state estimation of brain activity by considering a large scale nonlinear dynamical model. In I. Torres, J. Bustamante, & D. A. Sierra (Eds.), *VII Latin American congress on biomedical engineering CLAIB 2016, Bucaramanga, Santander, Colombia, october 26th -28th, 2016* (pp. 445-448). Singapore: Springer Singapore.
- Nam, C., Choi, I., Wadson, A., & Whang, M. (2018). Chapter 1 Brain-computer interface: An emerging interaction technology. In *Brain-computer interfaces handbook. technological and theoretical advances* (p. 11-52). Nam, C.S. and Nijholt, A. and Lotte, F.
- Nik Khadijah, N. A., & Yeon-Mo, Y. (2013). Applying Kalman filter in EEG-based brain computer interface for motor imagery classification. In *2013 international conference on ICT convergence (ICTC)* (p. 688-690).
- Novo-Olivas, C., Chacón Gutiérrez, L., & Alberto Barradas Bribiesca, J. (2010, 02). Mapeo electroencefalográfico y neurofeedback. In M. A. G. Perez, M. A. Silva, A. C. Gómez, M. H. González, & H. B. Jaime (Eds.), *Aproximaciones al estudio de la neurociencia del comportamiento* (p. 371-412).
- Nuwer, M. (1997). Assessment of digital EEG, quantitative EEG, and EEG brain mapping: Report of the american academy of neurology and the american clinical neurophysiology society\*. *Neurology*, 49(1), 277-292. doi: 10.1212/WNL.49.1.277

- Pascucci, D., Rubega, M., & Plomp, G. (2019). Modeling time-varying brain networks with a self-tuning optimized Kalman filter. *bioRxiv*. doi: 10.1101/856179
- Pease, C. (2018). *An overview of Monte Carlo methods*. Retrieved 2020-06-11, from <https://towardsdatascience.com/an-overview-of-monte-carlo-methods-675384eb1694>
- Peralta-Malvárez, L., & Etcheverry, G. (2017). Neurofeedback sessions measurement based on the user's peak alpha frequency. In *39th annual international conference of the IEEE engineering in medicine and biology society*. Jeju Island, Korea.
- Peralta-Malvárez, L., & Etcheverry, G. (2019). Individual alpha peak frequency's dataset through neurofeedback's protocol. In L. Masia, S. Micera, M. Akay, & J. L. Pons (Eds.), *Converging clinical and engineering research on neurorehabilitation III* (pp. 691–695). Cham: Springer International Publishing.
- Peralta-Malvárez, L., Etcheverry, G., & Salazar-Varas, R. (2020a). *EEG concentration*. Retrieved 2020-08-14, from <https://www.dropbox.com/s/6jckf639n8wanf1/EEG%20Concentration.zip?dl=0>
- Peralta-Malvárez, L., Etcheverry, G., & Salazar-Varas, R. (2020b). *EnKF for brain signal analysis*. <https://github.com/Lizalete/EnKF-for-brain-signal-analysis>. GitHub.
- Politi, N., Feng, J., & Lu, W. (2016). Comparing data assimilation filters for parameter estimation in a neuron model. In *2016 international joint conference on neural networks (IJCNN)* (p. 4767-4774).
- Raitoharju, M., & Piche, R. (2019, Oct). On computational complexity reduction methods for Kalman filter extensions. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, *34*(10), 2–19. doi: 10.1109/maes.2019.2927898
- Rajabioun, M., et al. (2017). Estimation of effective brain connectivity with dual Kalman filter and EEG source localization methods. *Australasian Physical & Engineering Sciences in Medicine*, *40*, 675–686. doi: 10.1007/s13246-017-0578-7
- Rhudy, M. B., Salguero, R. A., & Holappa, K. (2017). A Kalman filtering tutorial for undergraduate students. *International Journal of Computer Science and Engineering Survey*, *8*(1). doi: 10.5121/ijcses.2017.8101
- Roth, M., Hendeby, G., Fritsche, C., & Gustafsson, F. (2017). The ensemble Kalman filter: a signal processing perspective. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, *56*. doi: 10.1186/s13634-017-0492-x
- Salazar-Varas, R., & Gutiérrez, D. (2015). An optimized feature selection and classification method for using electroencephalographic coherence in brain-computer interfaces. *Biomedical Signal Processing and Control*,

- 18, 11 - 18. doi: 10.1016/j.bspc.2014.11.001
- Schmidt, S. F. (1981). The Kalman filter - Its recognition and development for aerospace applications. *Journal of Guidance and Control*, 4(1), 4-7. doi: 10.2514/3.19713
- Simon, D. (2006). Alternate Kalman filter formulations. In *Optimal state estimation* (p. 149-181). John Wiley & Sons, Ltd. doi: 10.1002/0470045345.ch6
- Smith, E. E., Jonides, J., & Koeppel, R. A. (1996, 01). Dissociating verbal and spatial working memory using PET. *Cerebral Cortex*, 6(1), 11-20. doi: 10.1093/cercor/6.1.11
- Sridharan, D., Levitin, D. J., & Menon, V. (2008). A critical role for the right fronto-insular cortex in switching between central-executive and default-mode networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 105(34), 12569–12574. doi: 10.1073/pnas.0800005105
- Stanev, E., & Schulz-Stellenfleth, J. (2014). Methods of data assimilation. In *Die küste* (Vol. 81, p. 133-151). Bundesanstalt für Wasserbau.
- Strang, G. (1986). Chapter 1.3: Positive definite matrices and  $A = LDL^T$ . In W. College (Ed.), *Introduction to applied mathematics* (p. 15-31).
- Strehl, U. (2014). What learning theories can teach us in designing neuro-feedback treatments. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8, 894. doi: 10.3389/fnhum.2014.00894
- Sykacek, P., Roberts, S. J., & Stokes, M. (2004). Adaptive BCI based on variational bayesian Kalman filtering: an empirical evaluation. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 51(5), 719-727.
- Szita, I., & Lőrincz, A. (2004). Kalman filter control embedded into the reinforcement learning framework. *Neural Computation*, 16(3), 491-499. doi: 10.1162/089976604772744884
- Taheri, S., & Sood, R. (2006). Kalman filtering for reliable estimation of BBB permeability. *Magnetic Resonance Imaging*, 24(8), 1039 - 1049. doi: 10.1016/j.mri.2006.07.002
- Tang, W., Ho, W., & Chen, Y. (2018). Data assimilation and multisource decision-making in systems biology based on unobtrusive internet-of-things devices. *BioMedical Engineering OnLine*, 17(147), 35-47. doi: 10.1186/s12938-018-0574-5
- Tarvainen, M. P., Hiltunen, J. K., Ranta-aho, P. O., & Karjalainen, P. A. (2004). Estimation of nonstationary EEG with Kalman smoother approach: an application to event-related synchronization (ERS). *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 51(3), 516-524.
- Teow, J. (2018). *Understanding Kalman filters with Python*. Retrieved 2019-05-29, from <https://medium.com/jaems33/understanding-kalman-filters-with-python-2310e87b8f48>

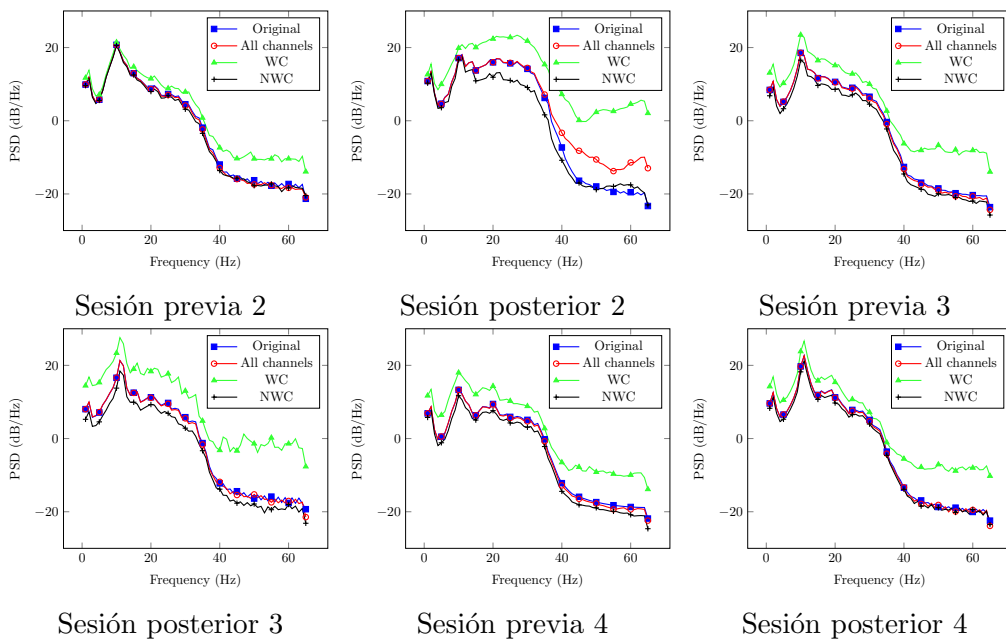
- Thelen, E. (1990). Coupling perception and action in the development of skill: A dynamic approach. In H. Bloch & B. I. Bertenthal (Eds.), *Sensory-motor organizations and development in infancy and early childhood* (pp. 39–56). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Thornton, C. L. (1976). *Triangular covariance factorizations for Kalman filtering* (Doctoral dissertation, California Inst. of Tech). Retrieved from <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19770005172.pdf>
- Tippett, M. K., Anderson, J. L., Bishop, C. H., Hamill, T. M., & Whitaker, J. S. (2002). *Ensemble square-root filters*. International Research Institute for Climate and Society, Colombia University. Retrieved from [https://iri.columbia.edu/~tippett/pubs/srf\\_submit1.pdf](https://iri.columbia.edu/~tippett/pubs/srf_submit1.pdf)
- Torsten, B. (1977). Analysis of EEG signals with changing spectra using a short-word kalman estimator. *Mathematical Biosciences*, *35*(3), 221 - 259. doi: 10.1016/0025-5564(77)90026-8
- Trápaga Ortega, C., Pelayo González, H., & Sánchez Ortiz, I. (2018). Neuropsicología cognitiva. De los paradigmas experimentales a la clínica. In C. Trápaga Ortega, H. Pelayo González, & I. Sánchez Ortiz (Eds.), *De la psicología cognitiva a la neuropsicología*. El Manual Moderno.
- Tzallas, A. T., Oikonomou, V. P., & Fotiadis, D. I. (2006). Epileptic spike detection using a Kalman filter based approach. In *2006 international conference of the IEEE engineering in medicine and biology society* (p. 501-504).
- Valdes, P. A., Jimenez, J. C., Riera, J., Biscay, R., & Ozaki, T. (1999). Nonlinear EEG analysis based on a neural mass model. *Biological Cybernetics*, *81*, 415–424. doi: 10.1007/s004220050572
- van Biezen, M. (2015). *Special topics - The Kalman filter- Lecture 1: What is a Kalman filter?* Retrieved 2020-06-11, from <http://www.ilectureonline.com/lectures/subject/SPECIAL%20TOPICS/26/190/1962>
- van Biezen, M. (2020). *STATISTICS CH 4 STATISTICS IN PROBABILITY*. Retrieved 2020-06-11, from [https://www.youtube.com/playlist?list=PLX2gX-ftPVXX5SA-W8EVsfZL8\\_Q6Lkb9n](https://www.youtube.com/playlist?list=PLX2gX-ftPVXX5SA-W8EVsfZL8_Q6Lkb9n)
- van Dongen-Boomsma, M., Lansbergen, M. M., Bekker, E. M., Kooij, J. S., van der Molen, M., Kenemans, J. L., & Buitelaar, J. K. (2010). Relation between resting EEG to cognitive performance and clinical symptoms in adults with attention-deficit/hyperactivity disorder. *Neuroscience Letters*, *469*(1), 102 - 106. doi: 10.1016/j.neulet.2009.11.053
- Wang, Y., & Principe, J. C. (2008). Tracking the non-stationary neuron tuning by dual Kalman filter for brain machine interfaces decoding. In *2008 30th annual international conference of the IEEE engineering in*

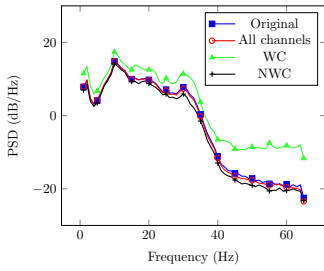
- medicine and biology society* (p. 1720-1723).
- Weissman, D., Perkins, A., & Woldorff, M. (2008). Cognitive control in social situations: A role for the dorsolateral prefrontal cortex. *NeuroImage*, *40*(2), 955 - 962. doi: 10.1016/j.neuroimage.2007.12.021
- Welch, G., & Bishop, G. (2001). *Course 8: An introduction to the Kalman filter*. PDF. Retrieved from [http://www.cs.unc.edu/~tracker/media/pdf/SIGGRAPH2001\\_CoursePack\\_08.pdf](http://www.cs.unc.edu/~tracker/media/pdf/SIGGRAPH2001_CoursePack_08.pdf)
- Welch, P. (1967). The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, *15*(2), 70-73. doi: 10.1109/TAU.1967.1161901
- Wu, D. (2018). Hearing the sound in the brain: Influences of different EEG references. *Frontiers in Neuroscience*, *12*, 148. doi: 10.3389/fnins.2018.00148
- Yakoubi, M., Hamdi, R., & Salah, M. B. (2019). EEG enhancement using extended Kalman filter to train multi-layer perceptron. *Biomedical Engineering: Applications, Basis and Communications*, *31*(01), 1950005. doi: 10.4015/S1016237219500054
- Zhang, Z. (2019). Spectral and time-frequency analysis. In L. Hu & Z. Zhang (Eds.), *EEG signal processing and feature extraction* (pp. 89–116). Singapore: Springer Singapore. doi: 10.1007/978-981-13-9113-2\_6
- Zhang, Z., & Moore, J. C. (2015). Chapter 9: Data assimilation. In Z. Zhang & J. C. Moore (Eds.), *Mathematical and physical fundamentals of climate change* (p. 291 - 311). Boston: Elsevier. doi: 10.1016/B978-0-12-800066-3.00009-7

# Apéndice A

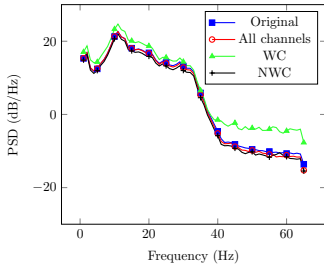
## Potencia espectral de Dataset LGR

### A.1 Usuario 1

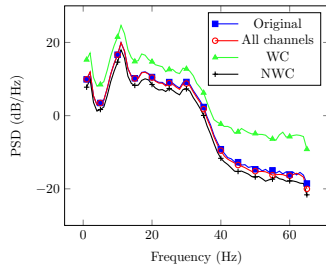




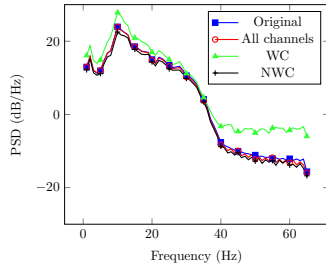
Sesión previa 5



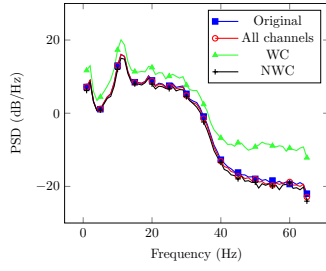
Sesión posterior 5



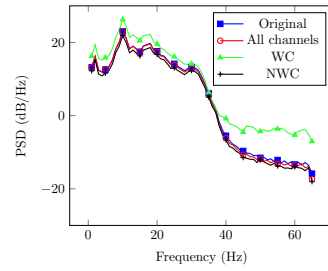
Sesión posterior 6



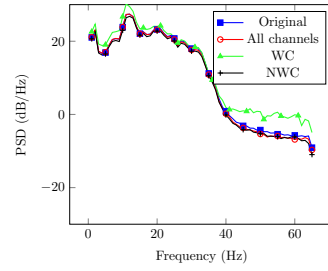
Sesión previa 7



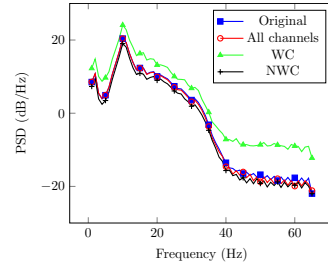
Sesión posterior 7



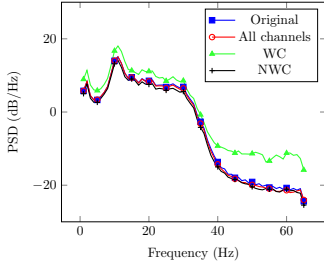
Sesión posterior 8



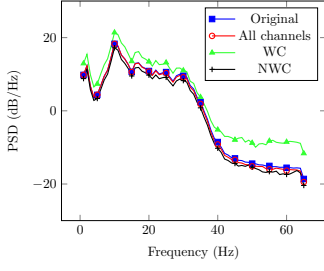
Sesión previa 9



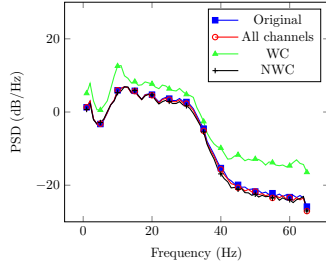
Sesión posterior 9



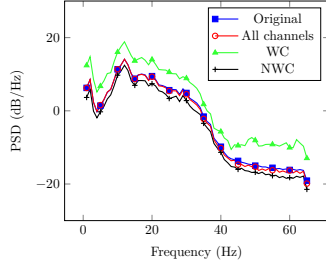
Sesión posterior 10



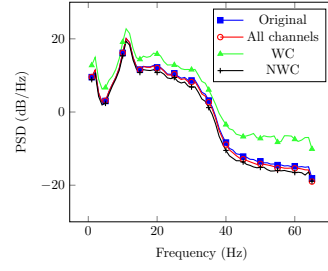
Sesión previa 11



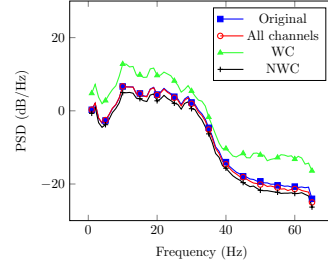
Sesión posterior 11



Sesión previa 12



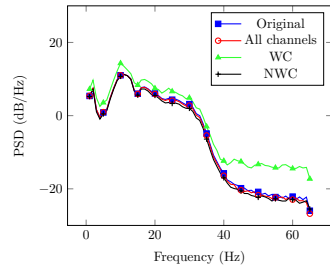
Sesión posterior 12



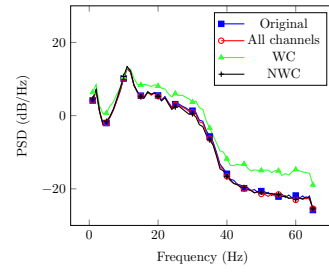
Sesión posterior 12





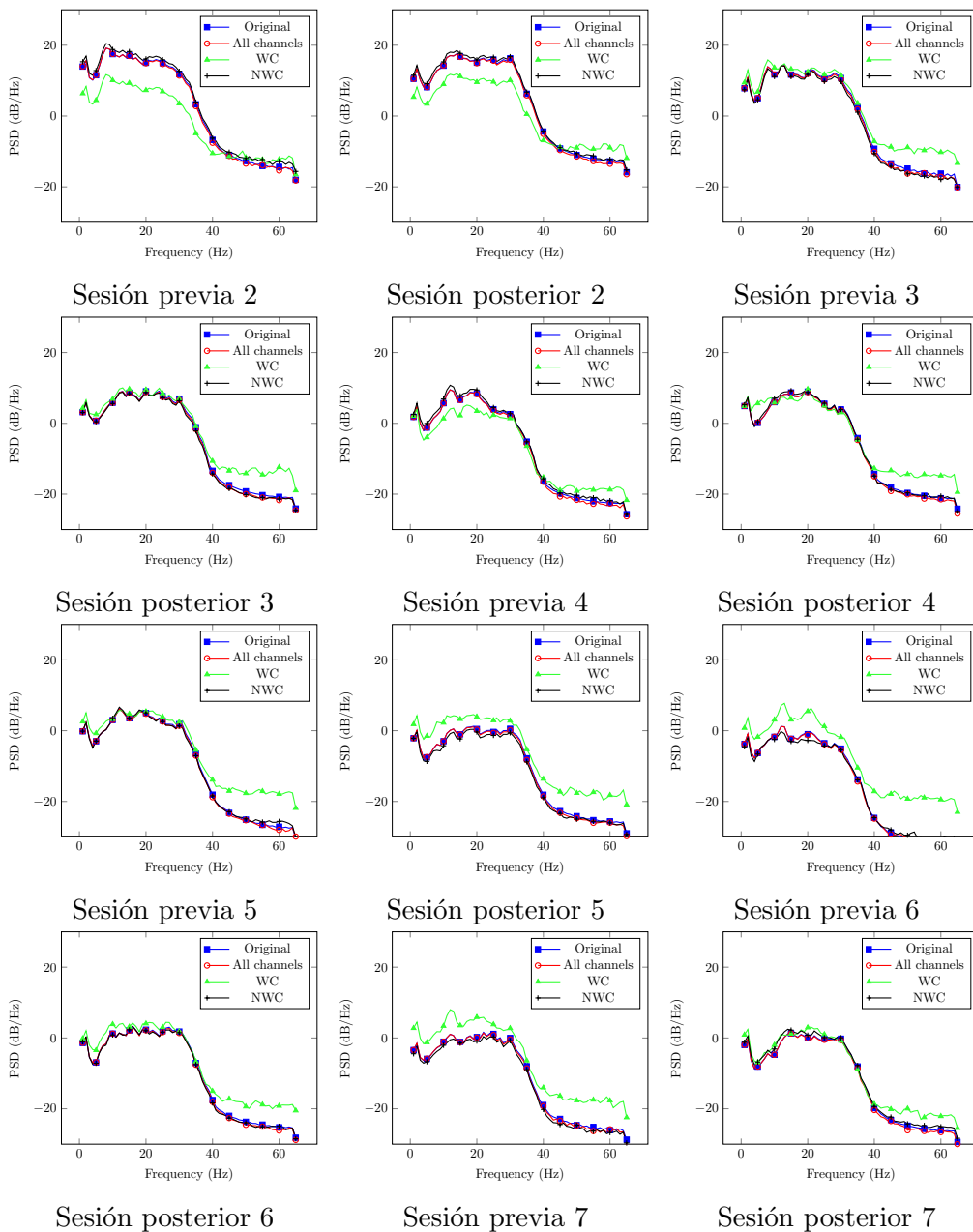


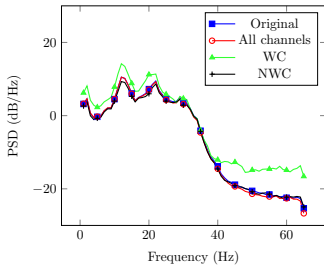
Sesión previa 20



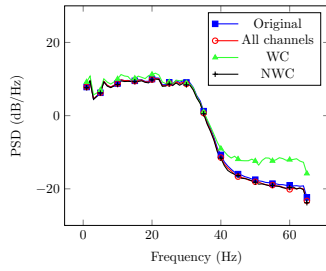
Sesión posterior 20

## A.2 Usuario 2

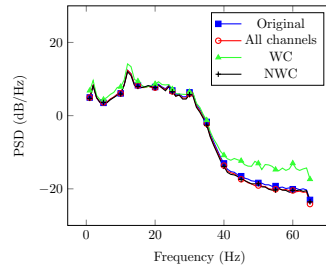




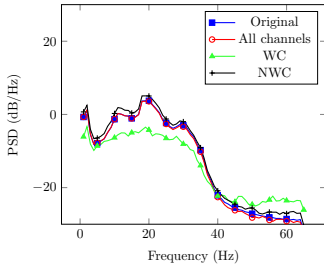
Sesión previa 8



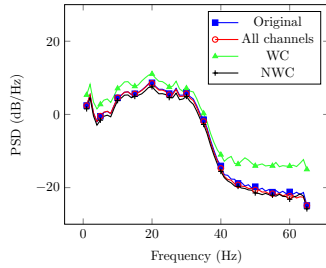
Sesión posterior 8



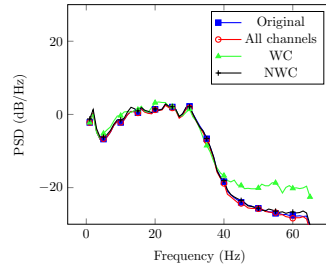
Sesión previa 9



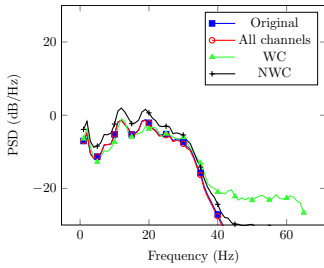
Sesión posterior 9



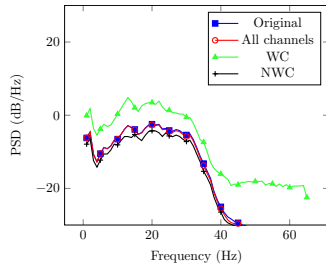
Sesión previa 10



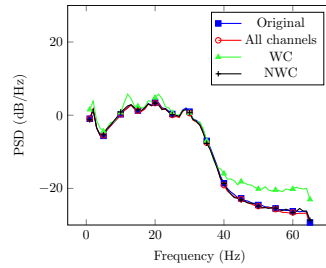
Sesión posterior 10



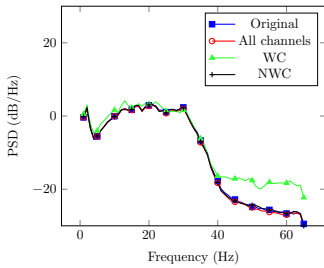
Sesión previa 11



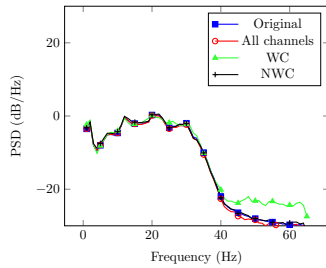
Sesión posterior 11



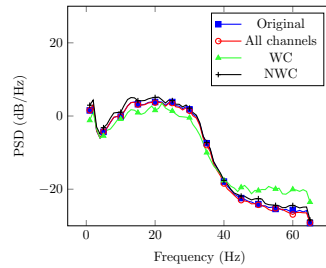
Sesión previa 12



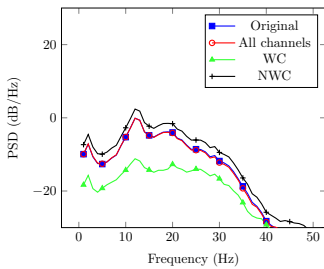
Sesión posterior 12



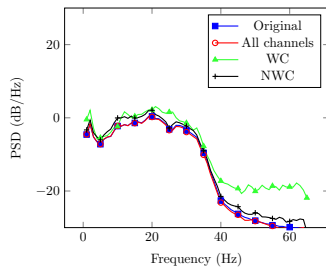
Sesión previa 13



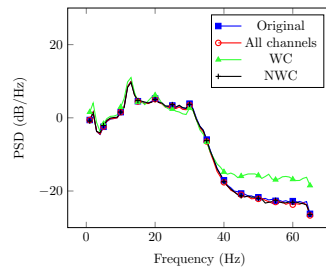
Sesión posterior 13



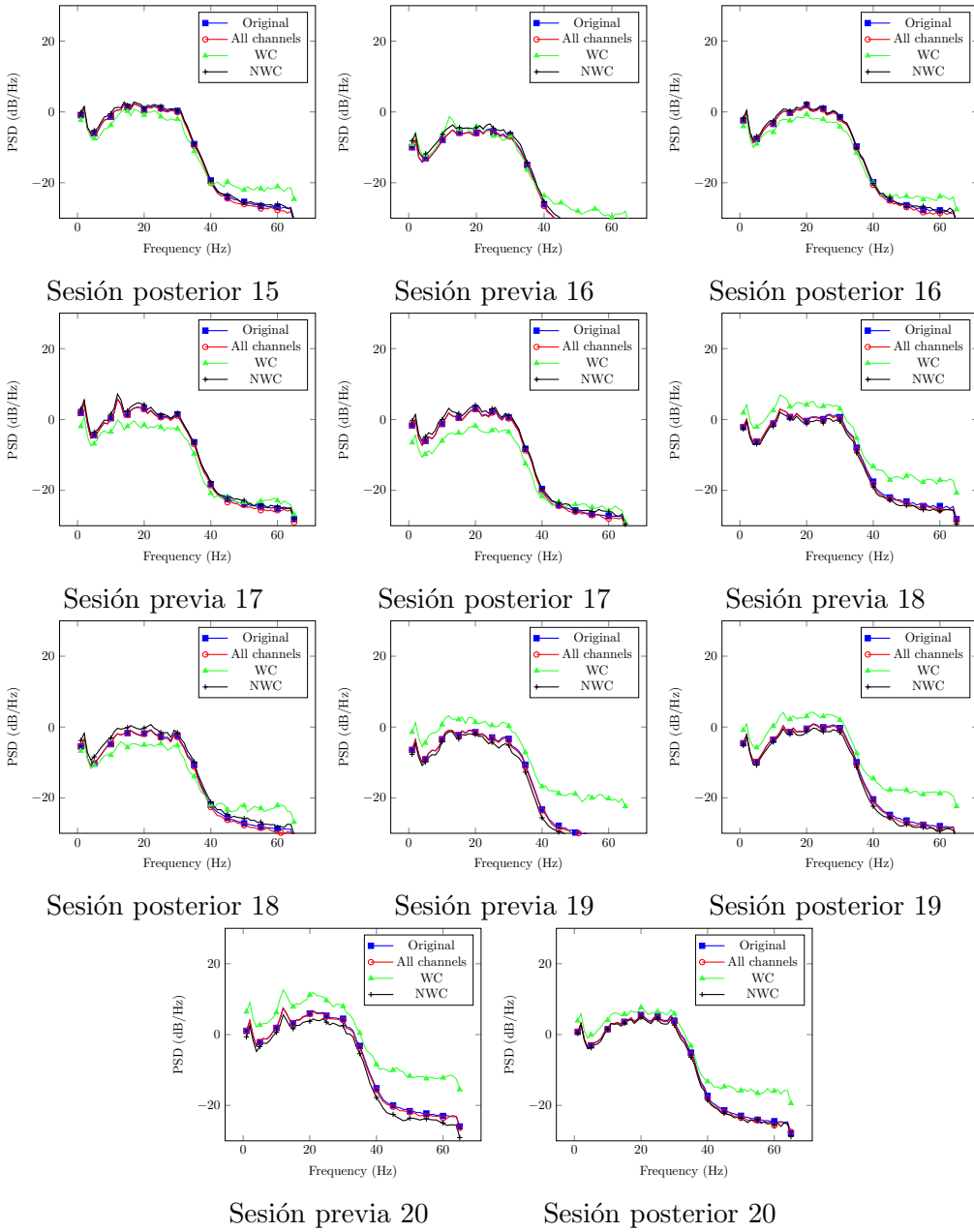
Sesión previa 14



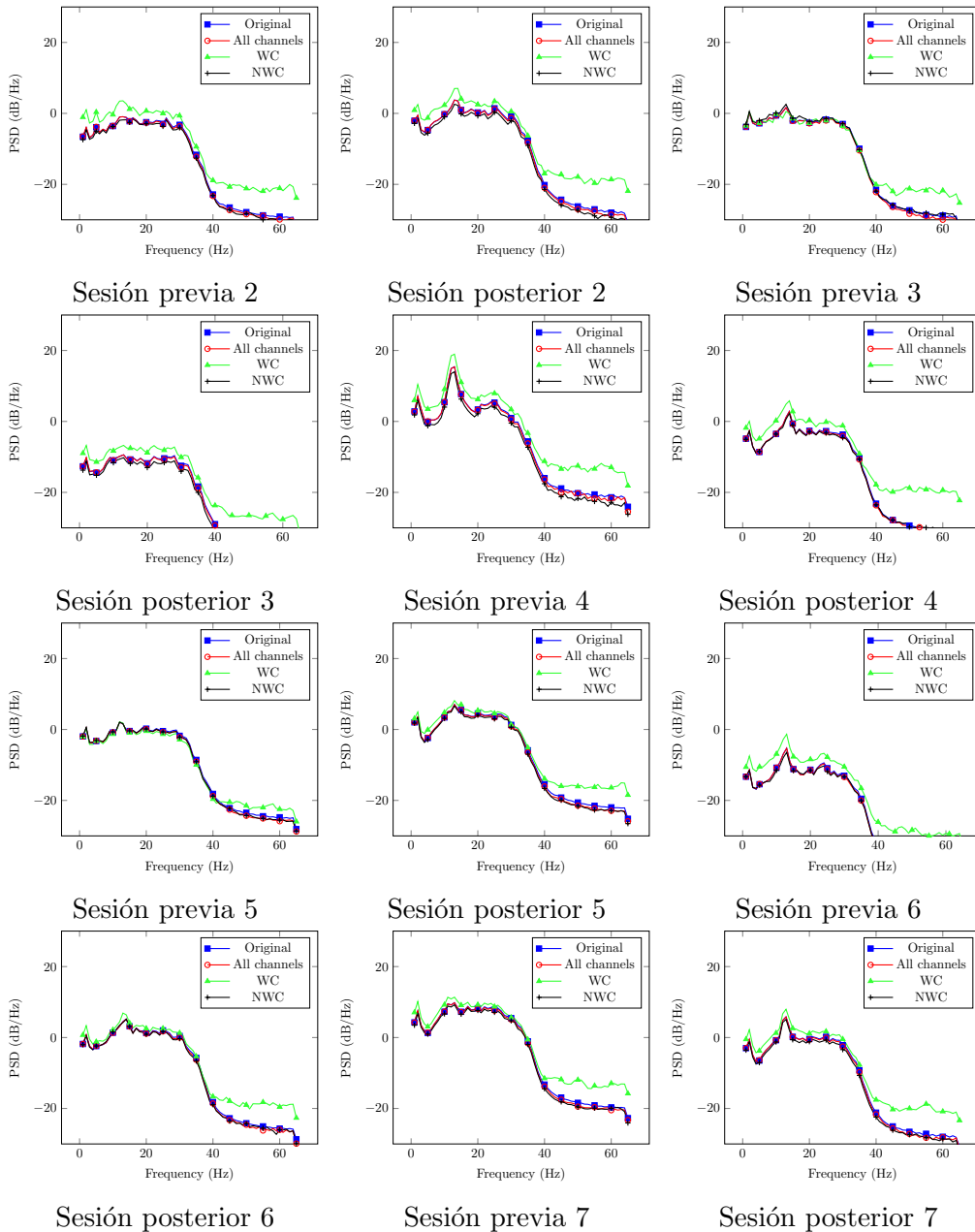
Sesión posterior 14

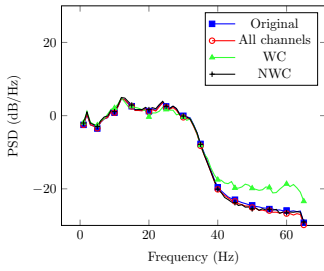


Sesión previa 15

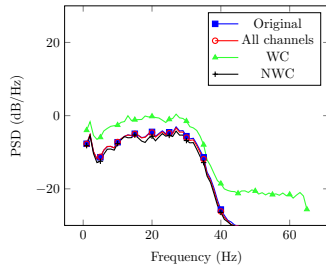


## A.3 Usuario 3

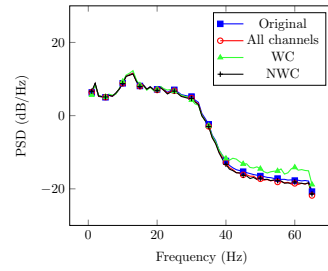




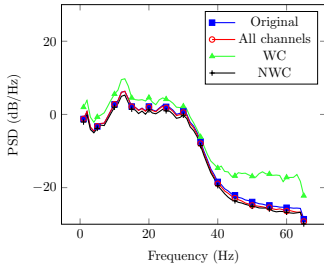
Sesión previa 8



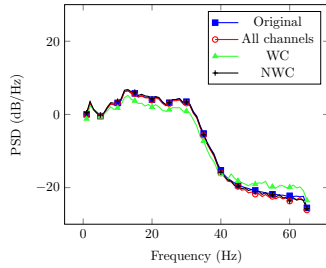
Sesión posterior 8



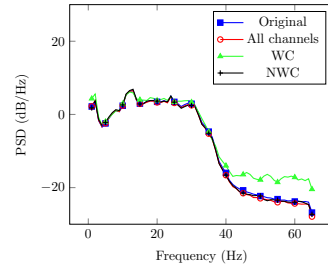
Sesión previa 9



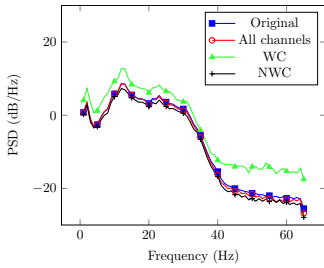
Sesión posterior 9



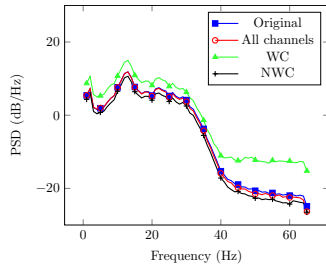
Sesión previa 10



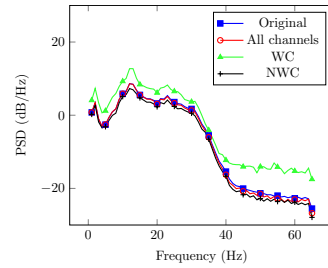
Sesión posterior 10



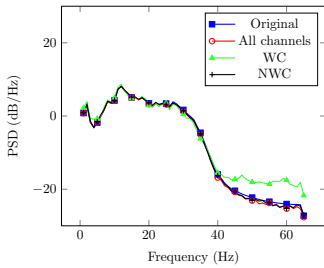
Sesión previa 11



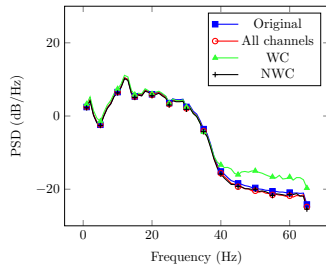
Sesión posterior 11



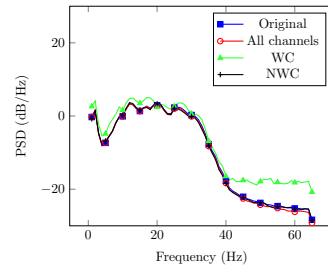
Sesión previa 12



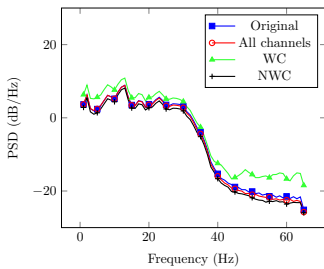
Sesión posterior 12



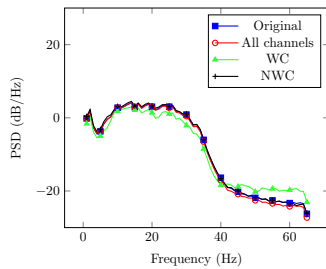
Sesión previa 13



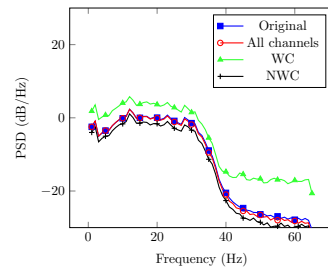
Sesión posterior 13



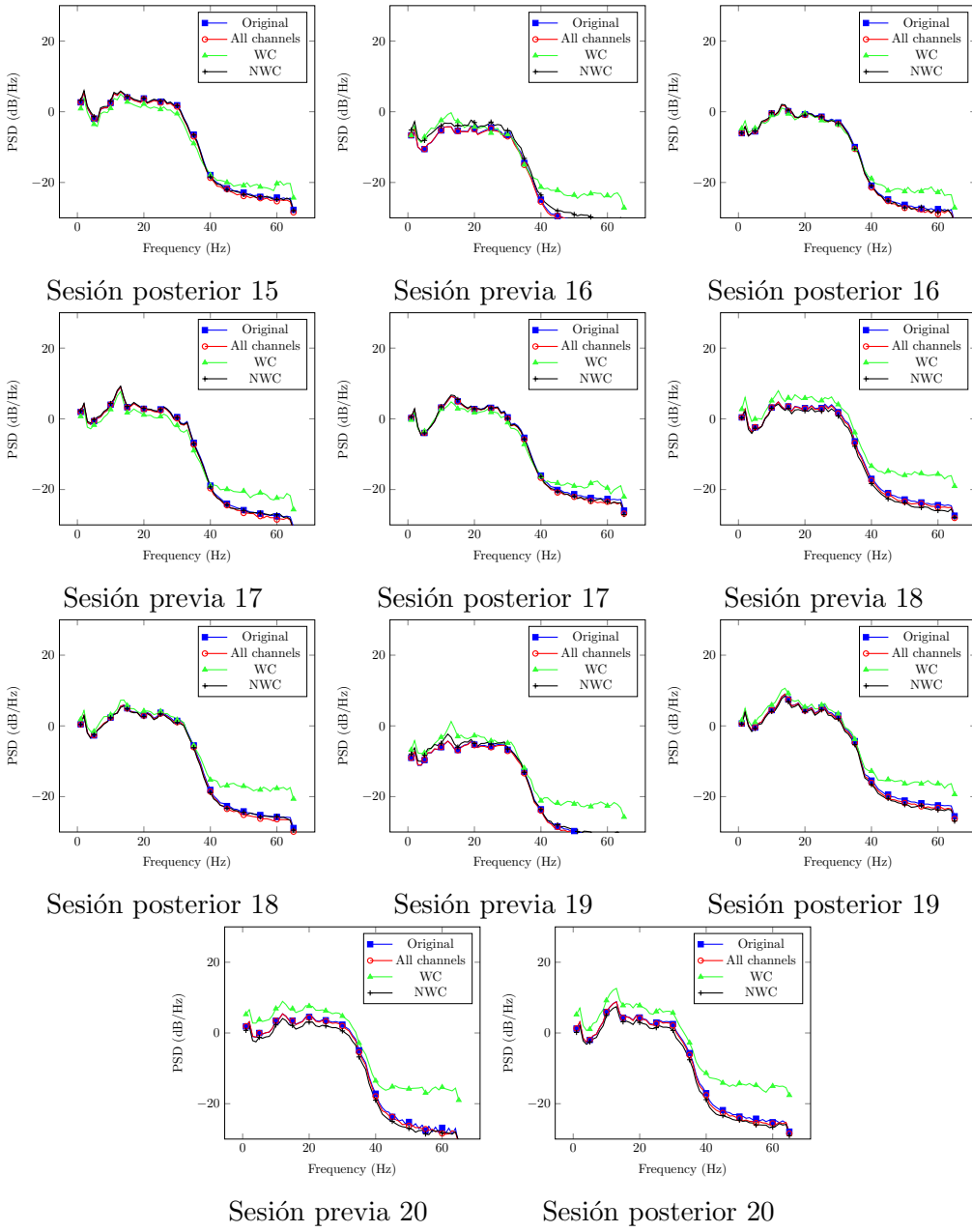
Sesión previa 14



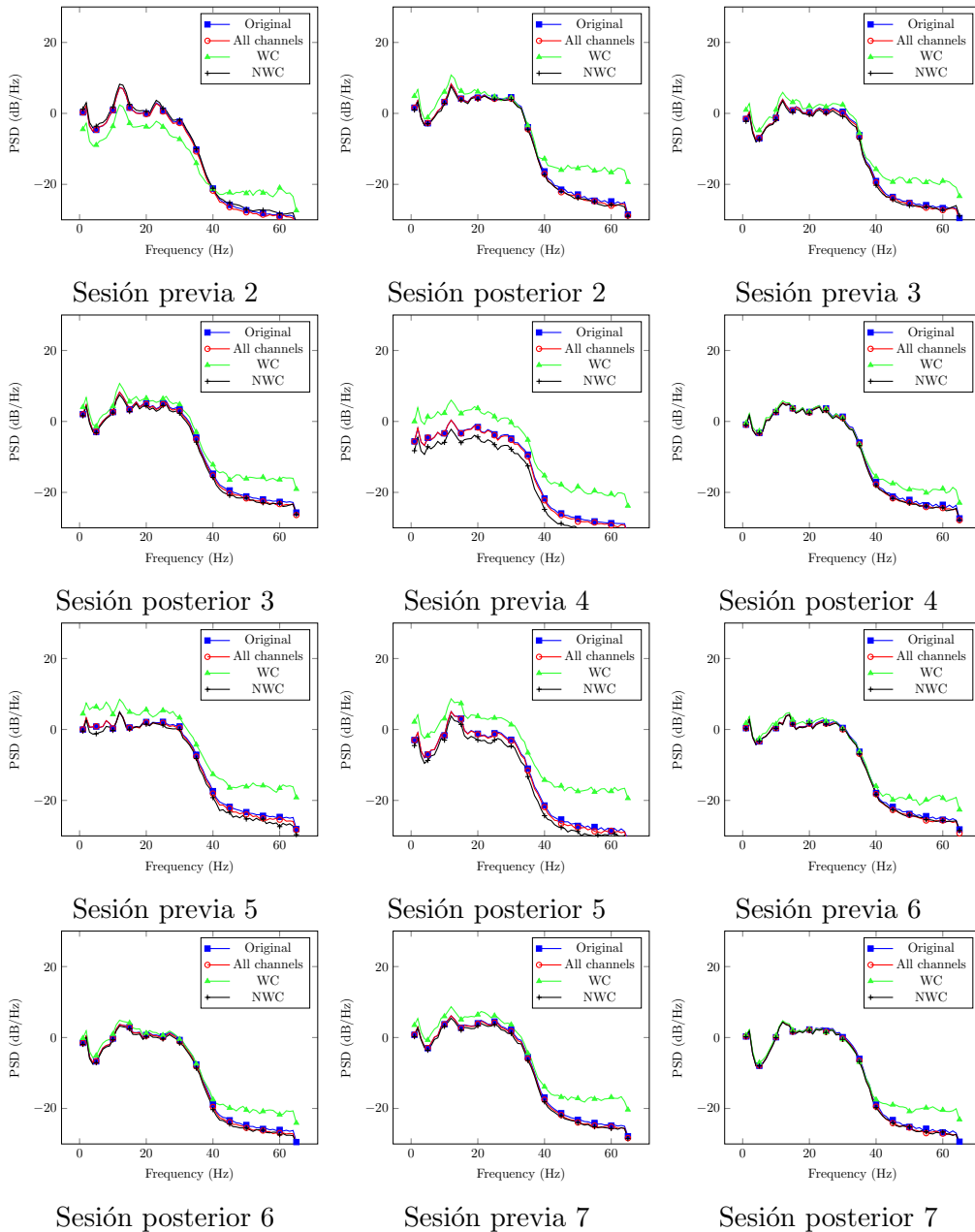
Sesión posterior 14



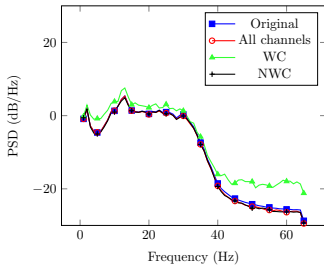
Sesión previa 15



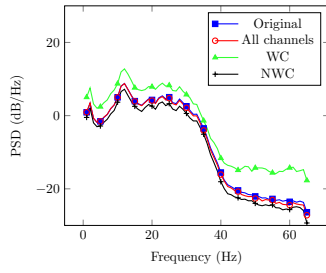
## A.4 Usuario 4



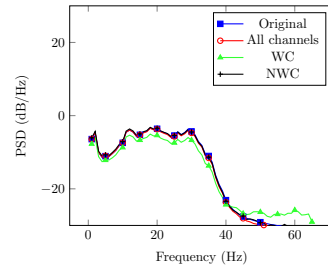




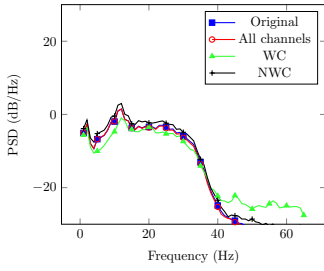
Sesión previa 8



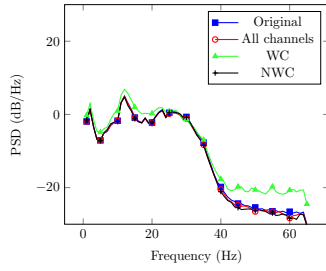
Sesión posterior 8



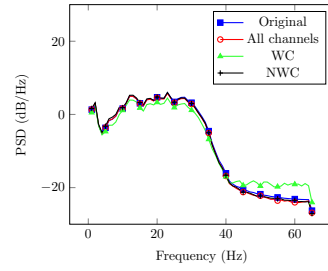
Sesión previa 9



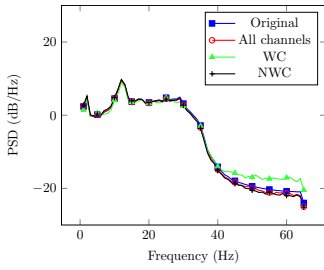
Sesión posterior 9



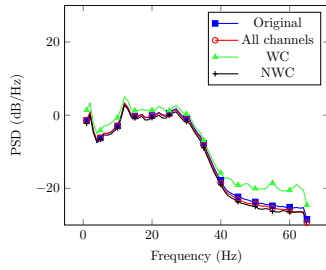
Sesión previa 10



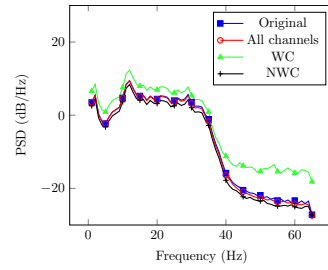
Sesión posterior 10



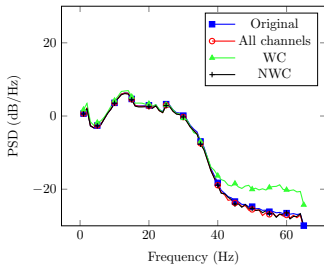
Sesión previa 11



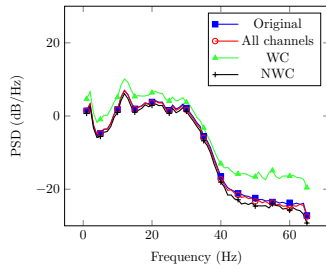
Sesión posterior 11



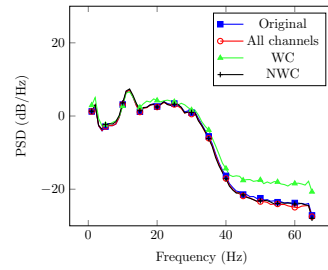
Sesión previa 12



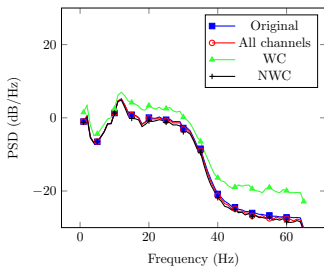
Sesión posterior 12



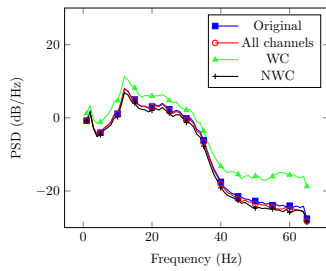
Sesión previa 13



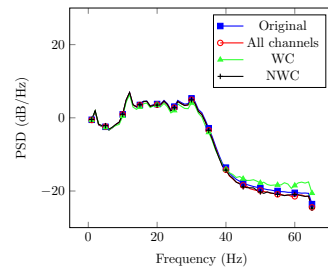
Sesión posterior 13



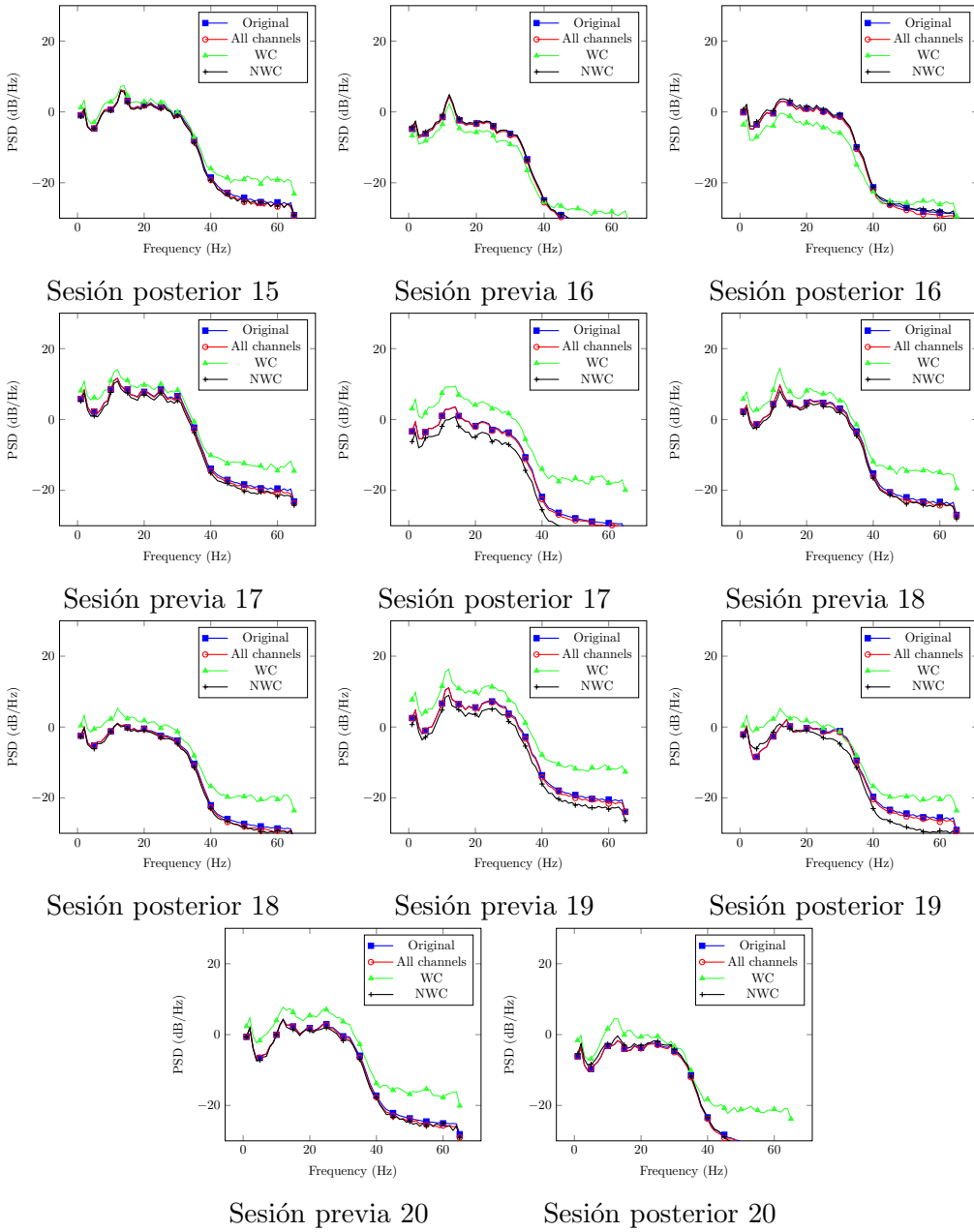
Sesión previa 14



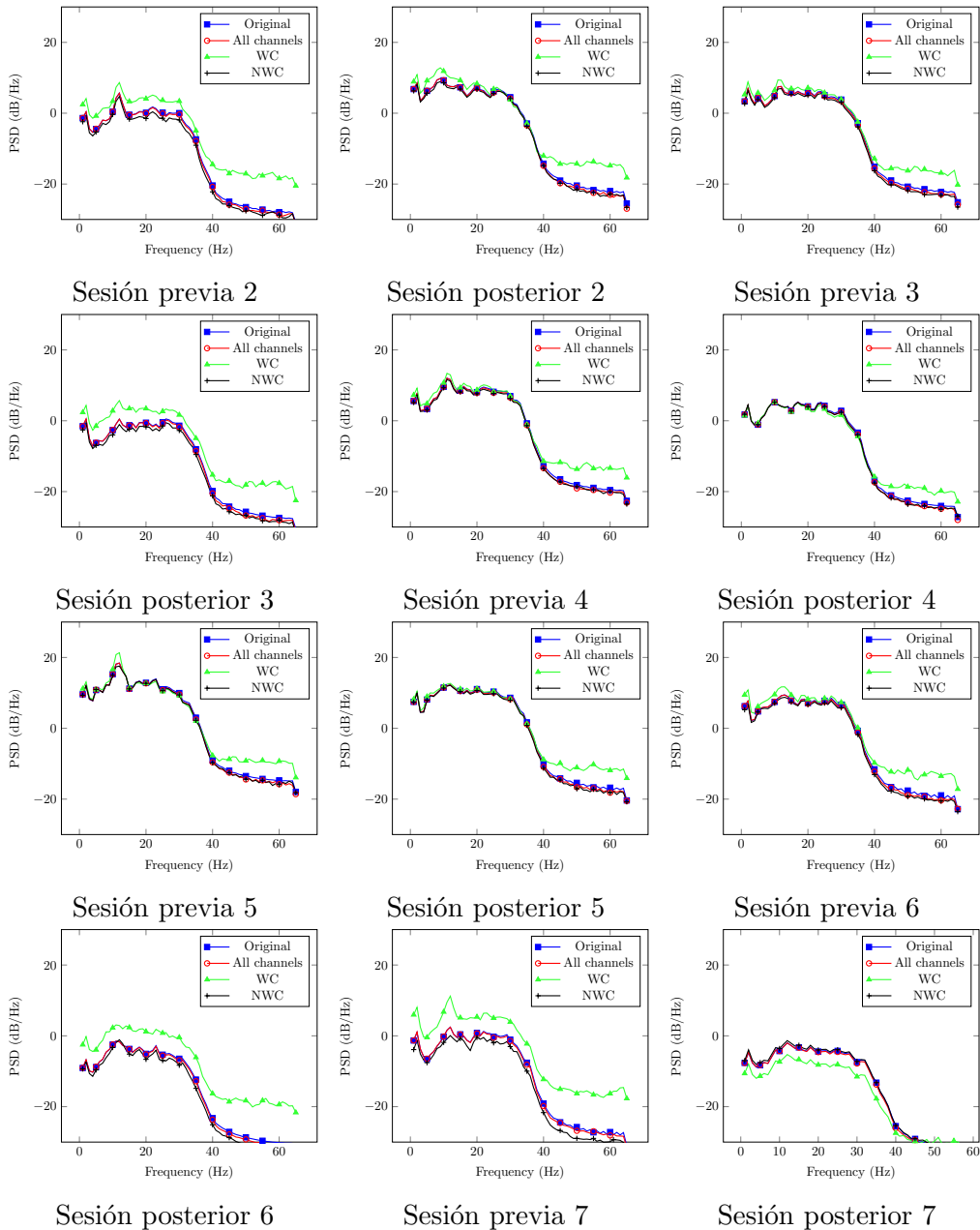
Sesión posterior 14

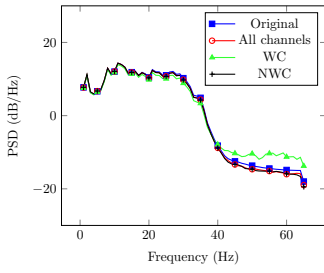


Sesión previa 15

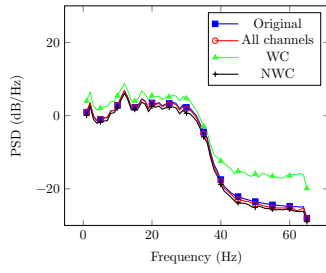


## A.5 Usuario 5

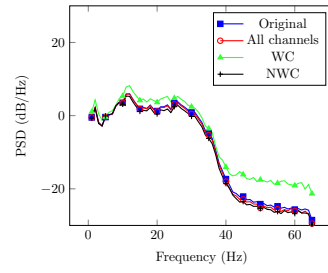




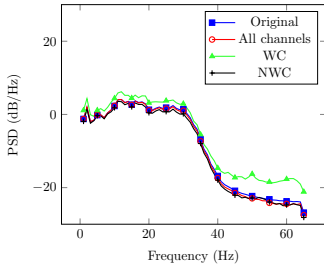
Sesión previa 8



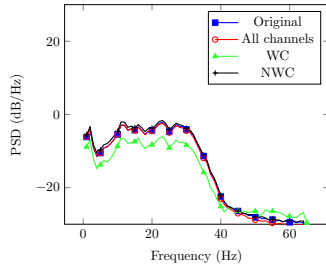
Sesión posterior 8



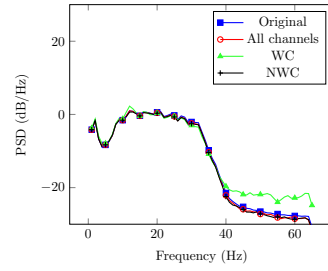
Sesión previa 9



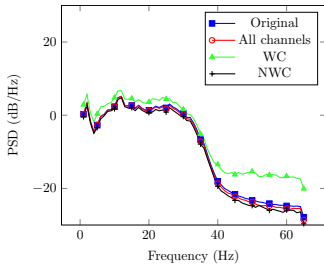
Sesión posterior 9



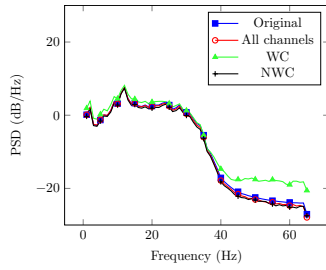
Sesión previa 10



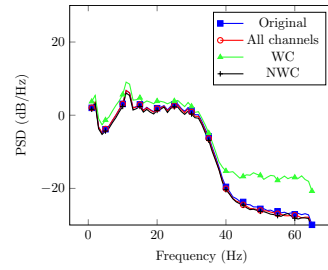
Sesión posterior 10



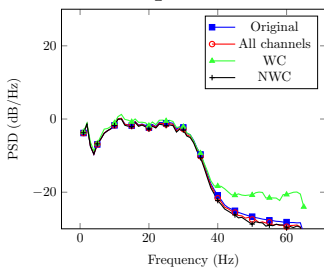
Sesión previa 11



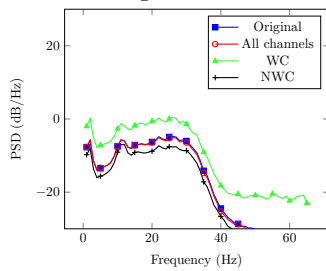
Sesión posterior 11



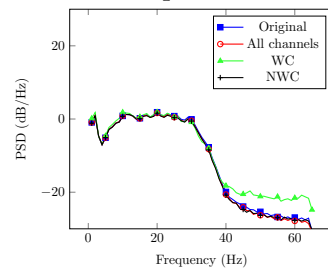
Sesión previa 12



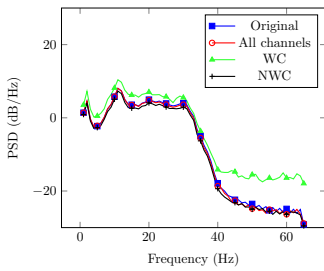
Sesión posterior 12



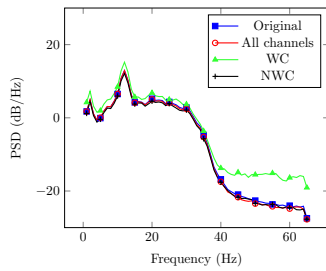
Sesión previa 13



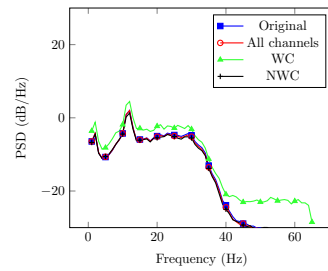
Sesión posterior 13



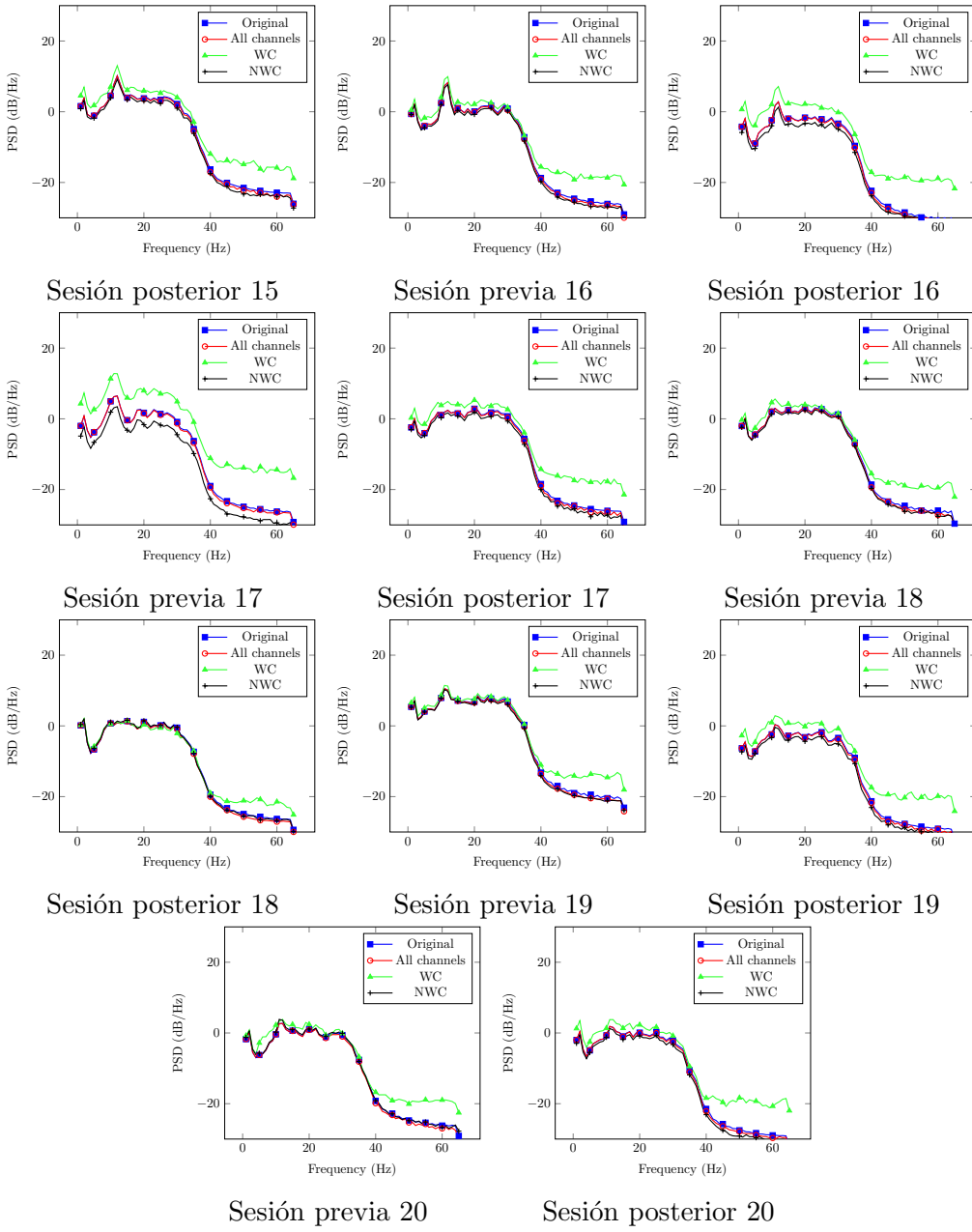
Sesión previa 14



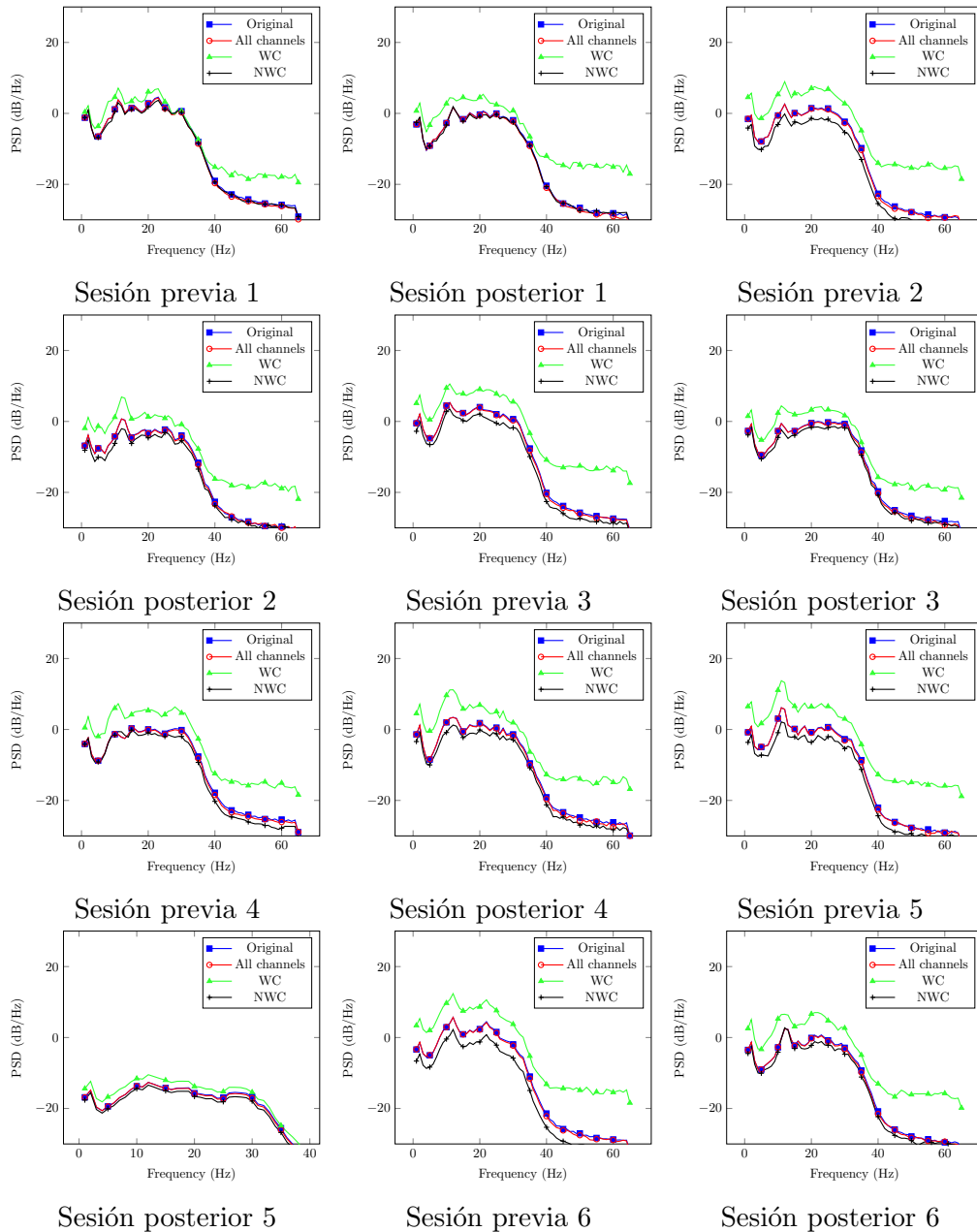
Sesión posterior 14

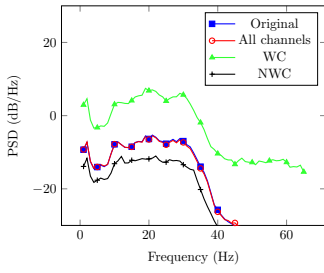


Sesión previa 15

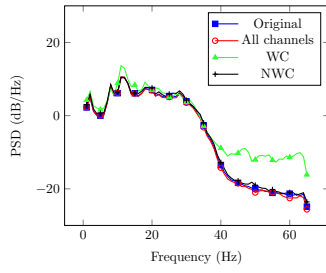


## A.6 Usuario 6

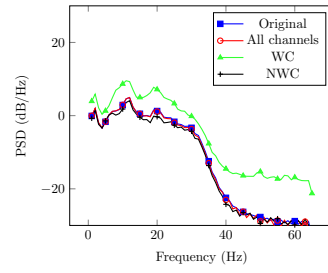




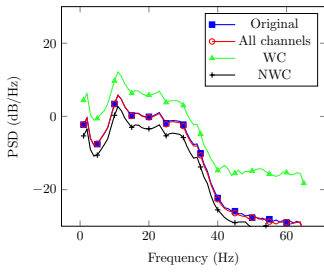
Sesión previa 7



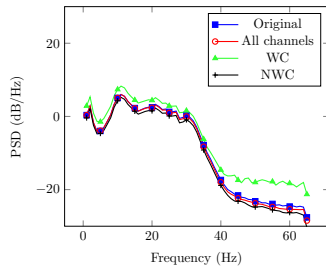
Sesión posterior 7



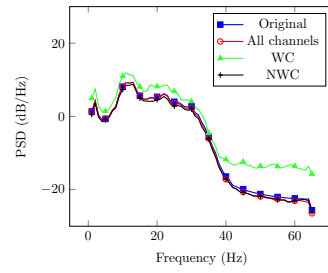
Sesión previa 8



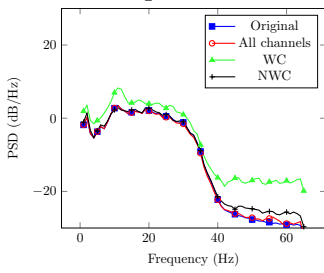
Sesión posterior 8



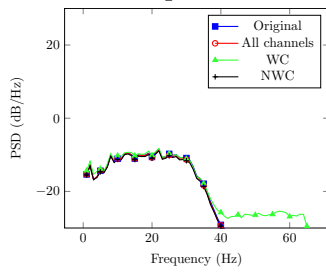
Sesión previa 9



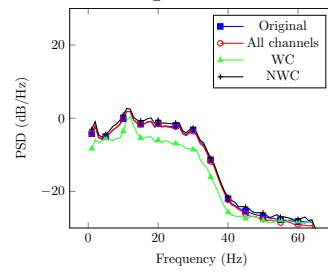
Sesión posterior 9



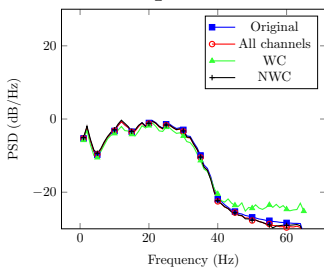
Sesión previa 10



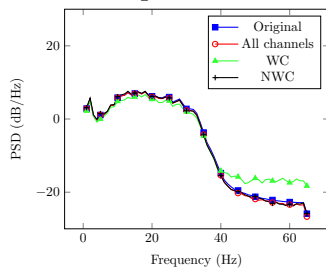
Sesión posterior 10



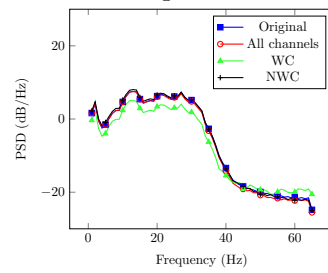
Sesión previa 11



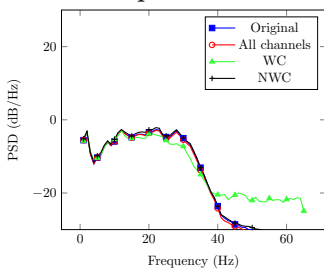
Sesión posterior 11



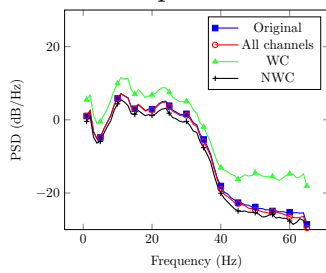
Sesión previa 12



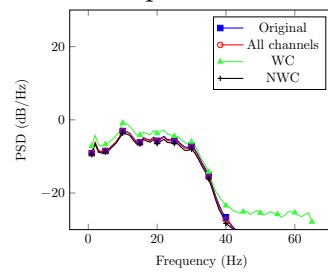
Sesión posterior 12



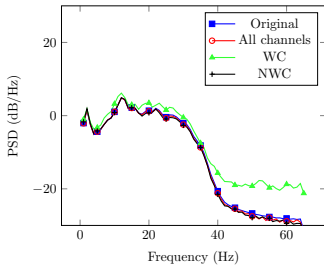
Sesión previa 13



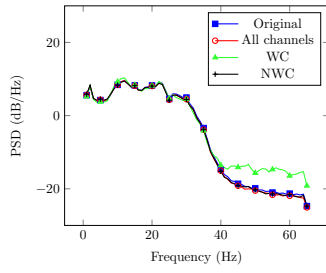
Sesión posterior 13



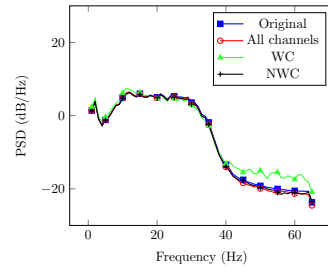
Sesión previa 14



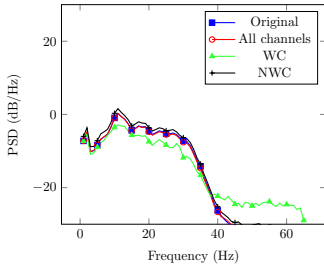
Sesión posterior 14



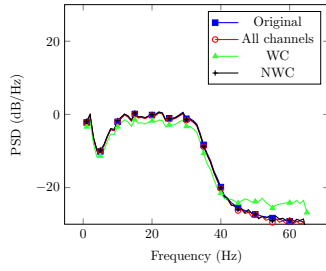
Sesión previa 15



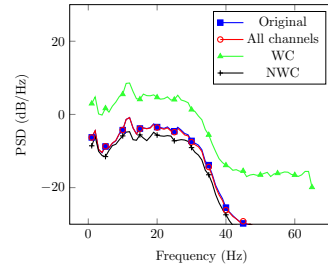
Sesión posterior 15



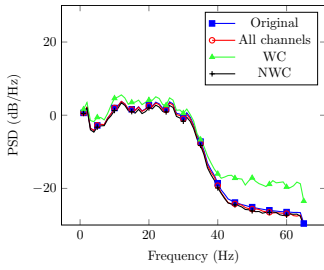
Sesión previa 16



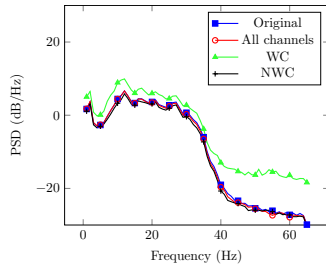
Sesión posterior 16



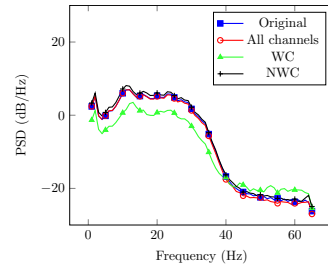
Sesión previa 17



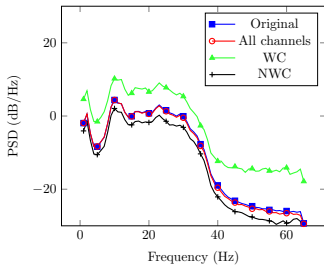
Sesión posterior 17



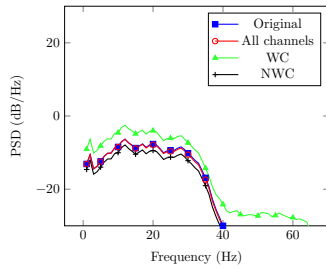
Sesión previa 18



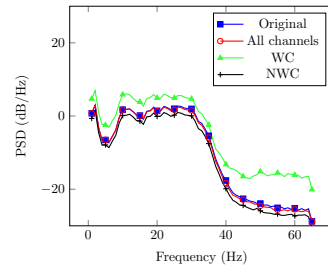
Sesión posterior 18



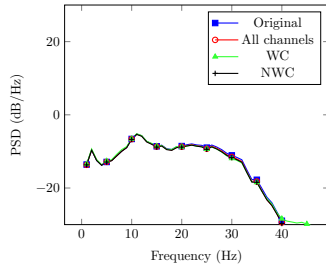
Sesión previa 19



Sesión posterior 19



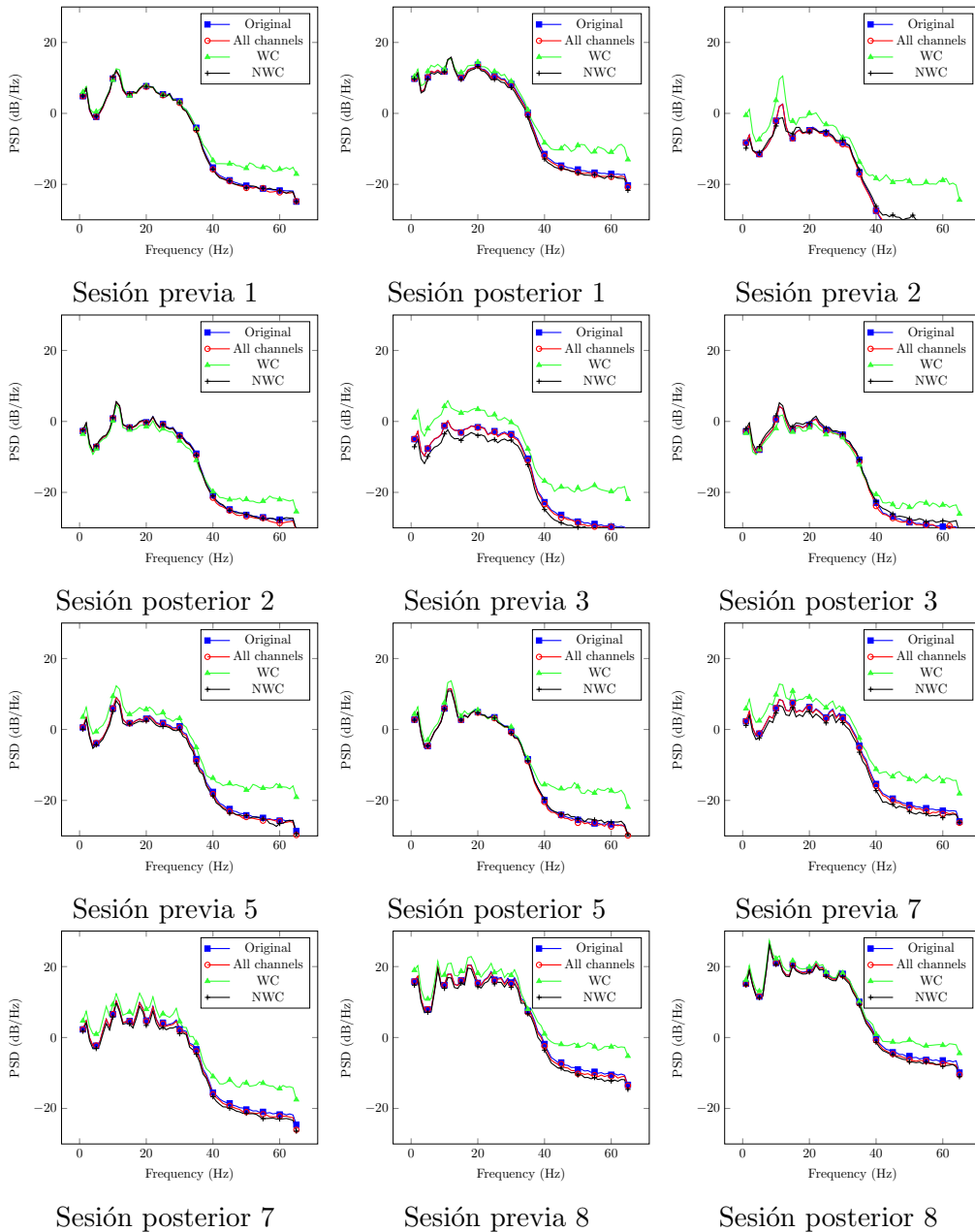
Sesión previa 20

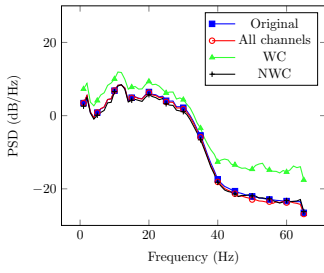


Sesión posterior 20

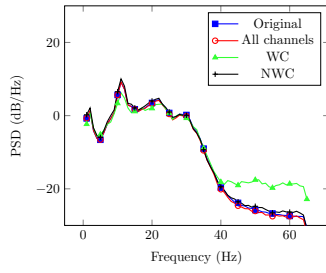


## A.7 Usuario 7

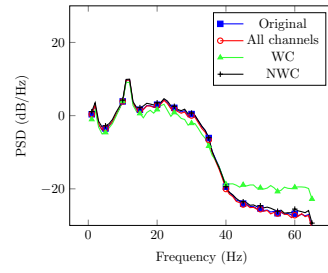




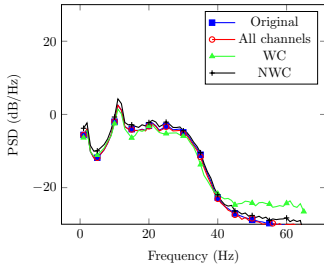
Sesión previa 11



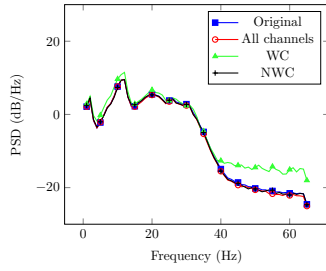
Sesión posterior 11



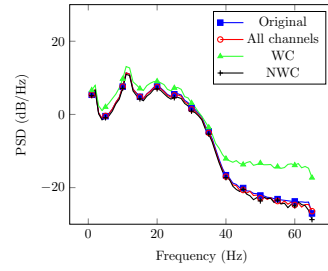
Sesión previa 12



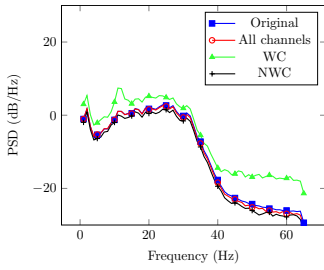
Sesión posterior 12



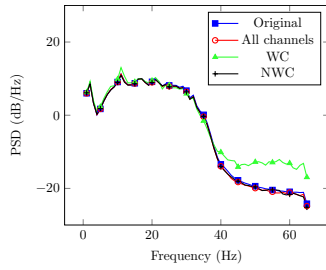
Sesión previa 13



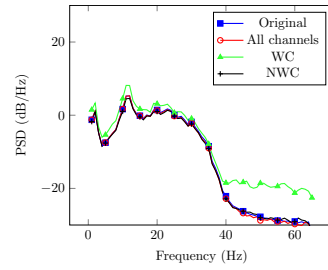
Sesión posterior 13



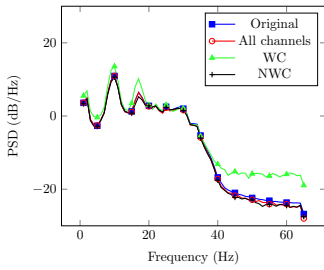
Sesión previa 17



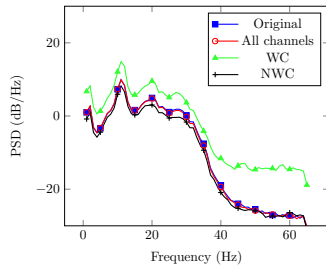
Sesión posterior 17



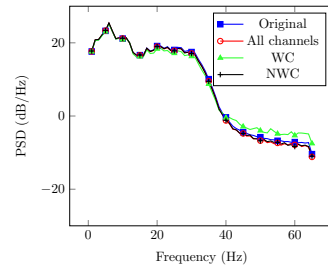
Sesión previa 18



Sesión posterior 18

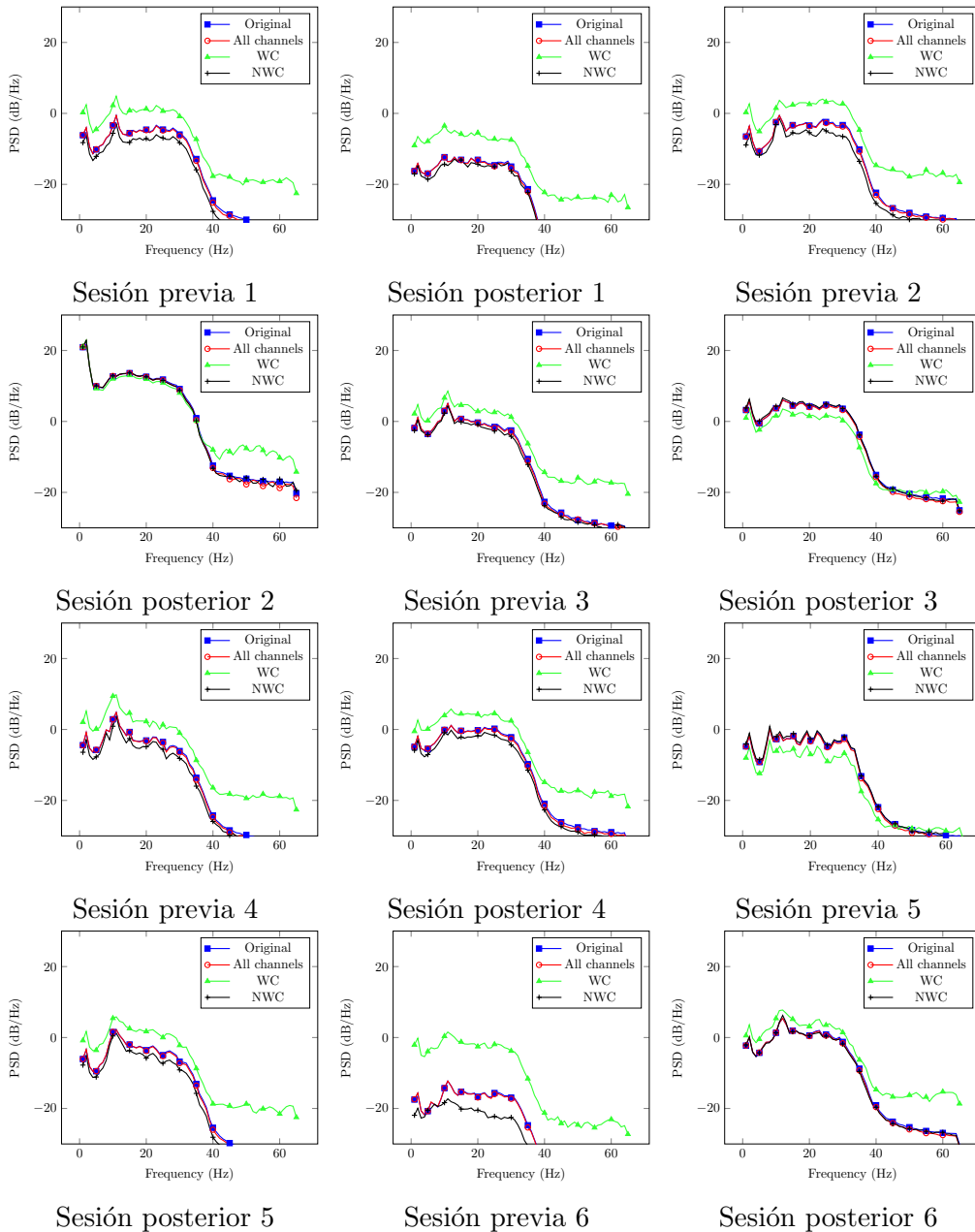


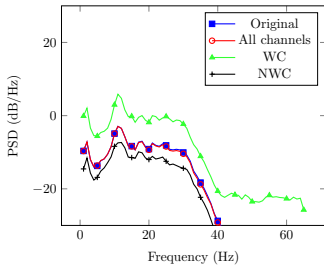
Sesión previa 20



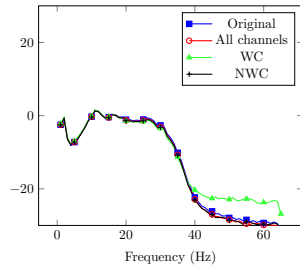
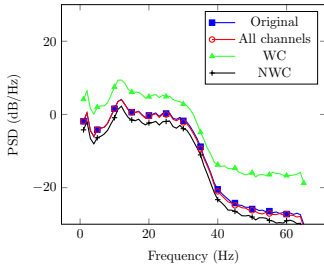
Sesión posterior 20

## A.8 Usuario 8

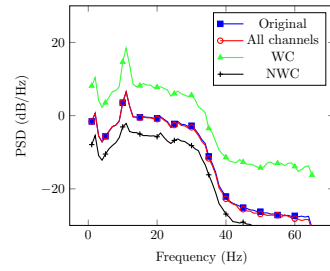
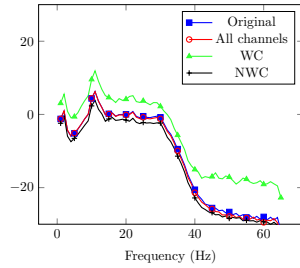




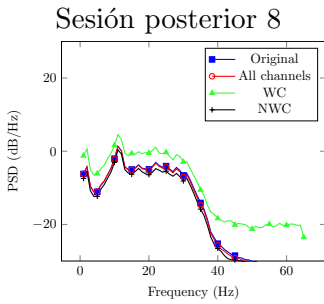
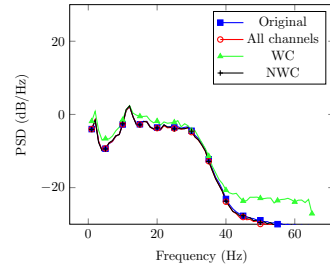
Sesión previa 7



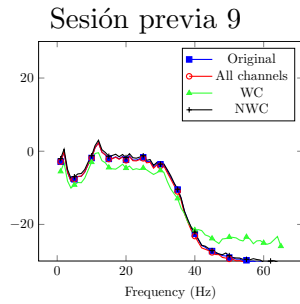
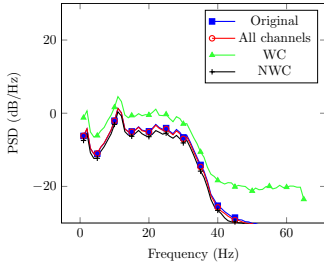
Sesión posterior 7



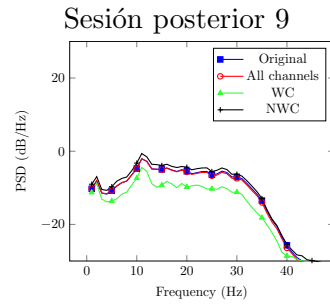
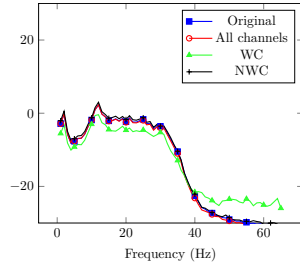
Sesión previa 8



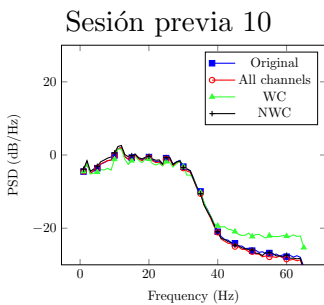
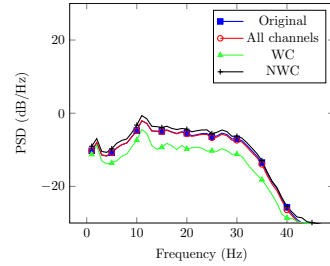
Sesión posterior 8



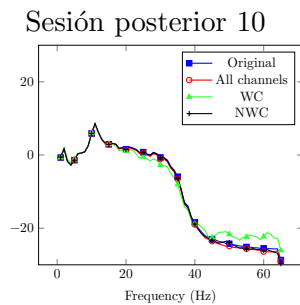
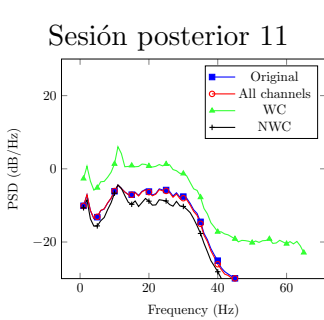
Sesión previa 9



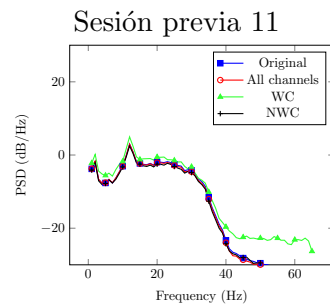
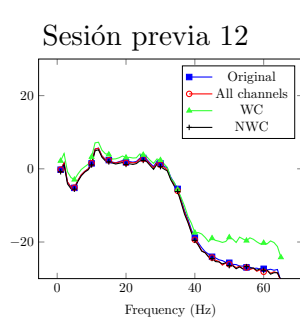
Sesión posterior 9



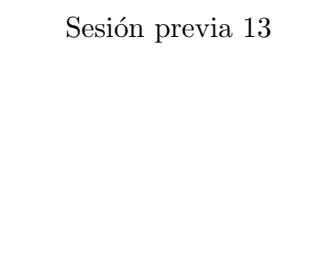
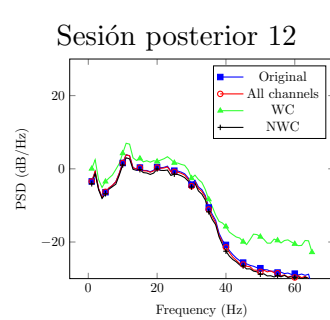
Sesión previa 10



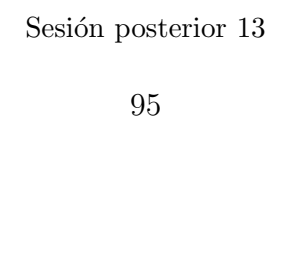
Sesión posterior 10



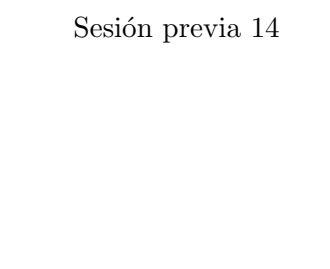
Sesión previa 11



Sesión posterior 11



Sesión previa 12



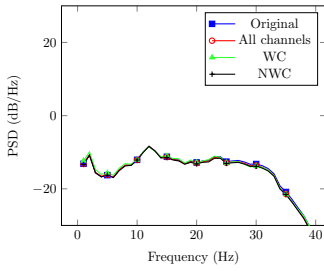
Sesión posterior 12



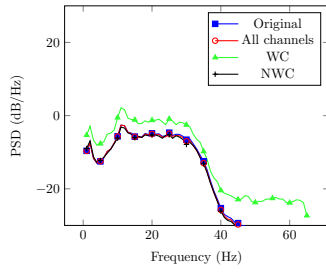
Sesión previa 13

Sesión posterior 13

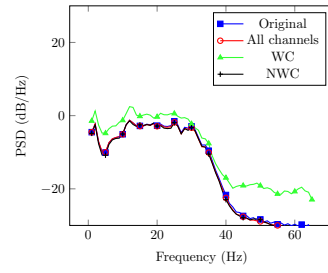
Sesión previa 14



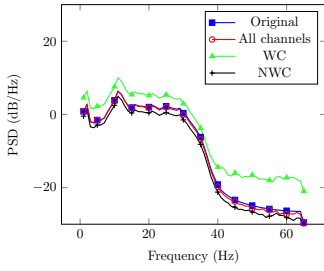
Sesión posterior 14



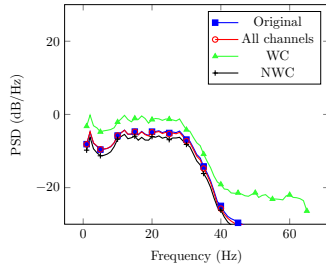
Sesión previa 15



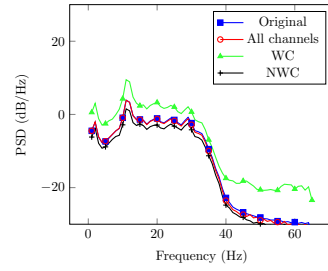
Sesión posterior 15



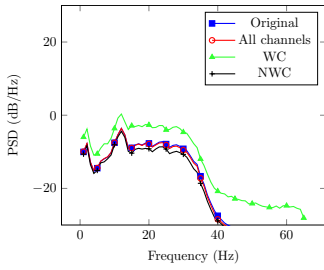
Sesión previa 16



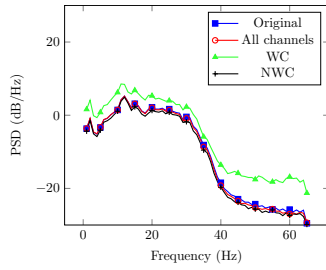
Sesión posterior 16



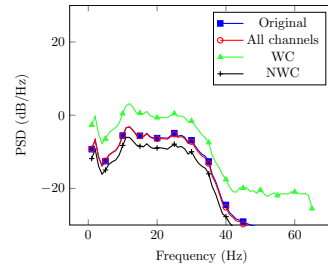
Sesión previa 17



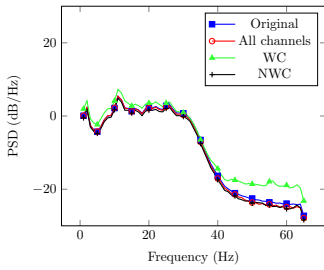
Sesión posterior 17



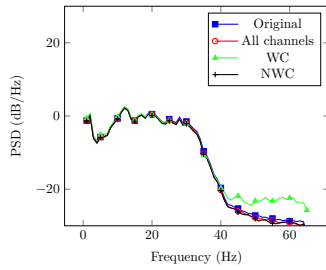
Sesión previa 18



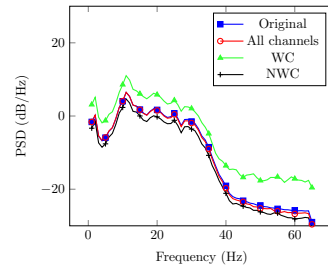
Sesión posterior 18



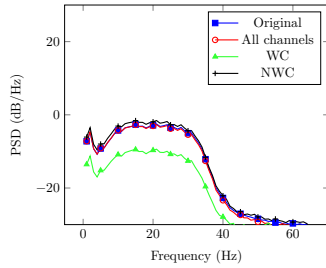
Sesión previa 19



Sesión posterior 19

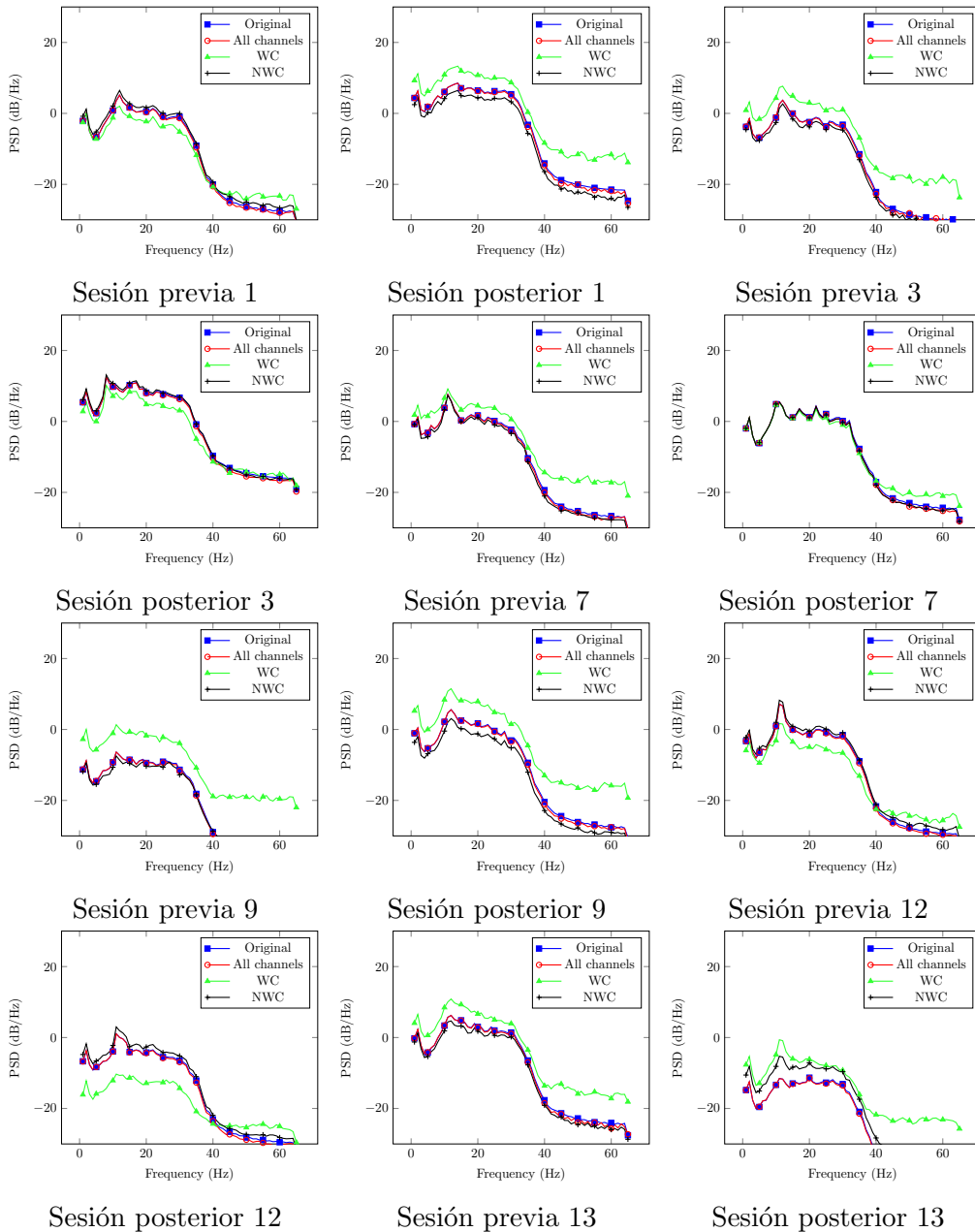


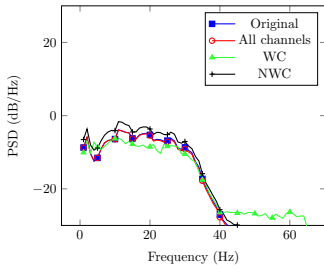
Sesión previa 20



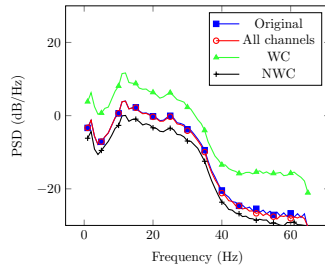
Sesión posterior 20

## A.9 Usuario 9

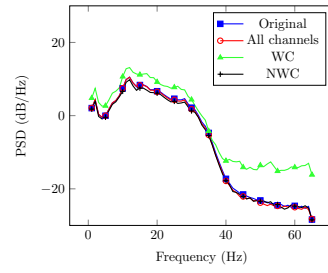




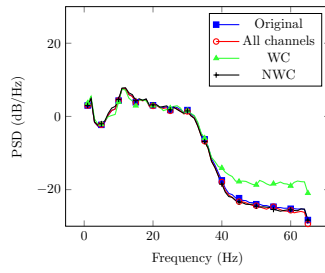
Sesión previa 16



Sesión posterior 16

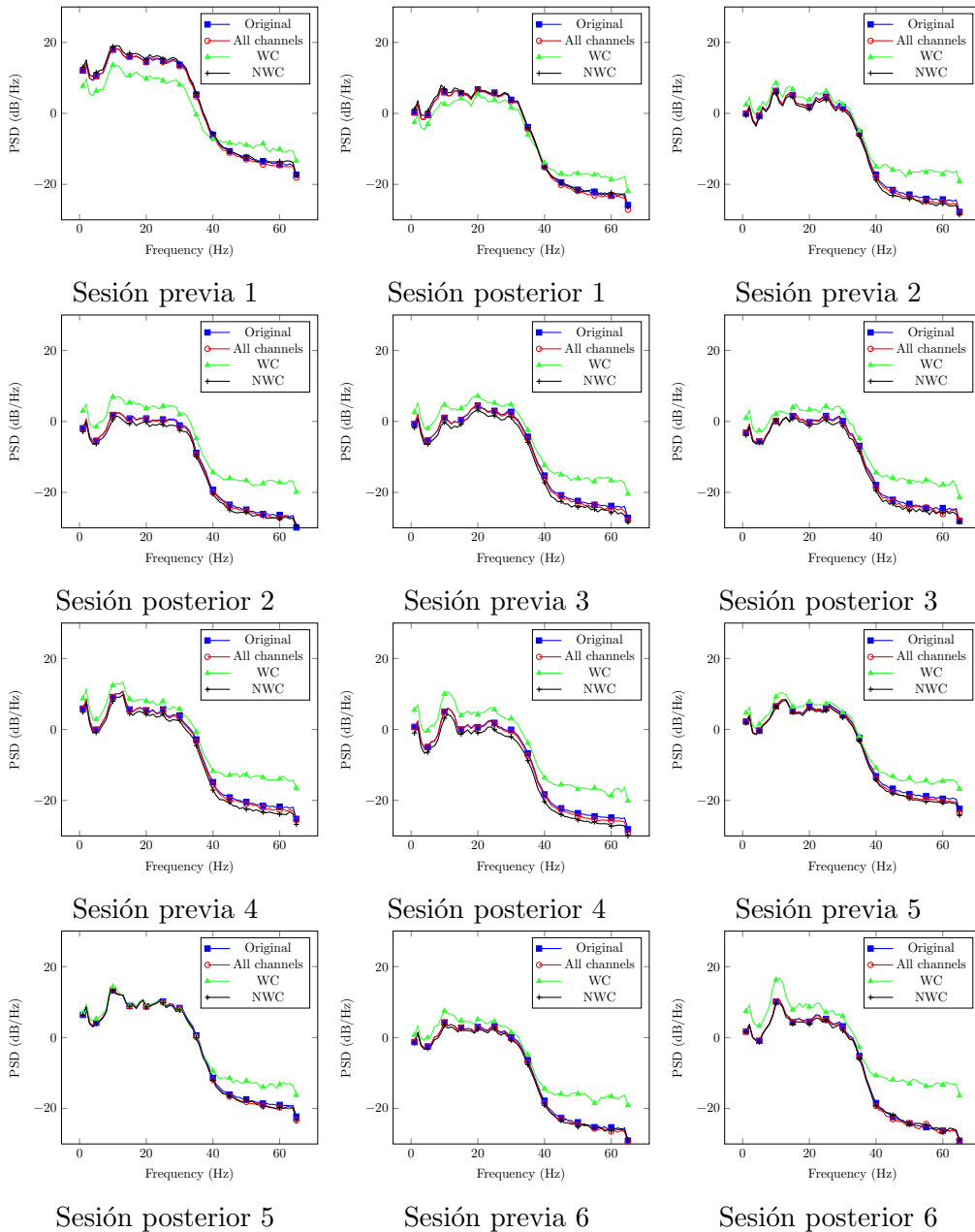


Sesión previa 17

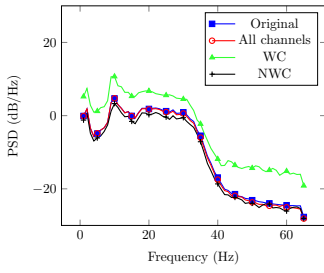


Sesión posterior 17

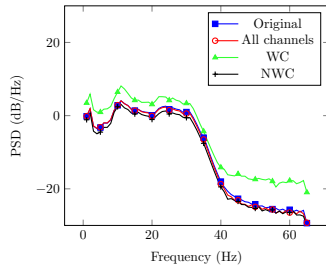
## A.10 Usuario 10



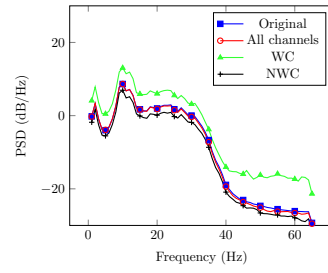




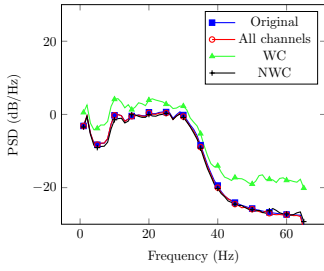
Sesión previa 7



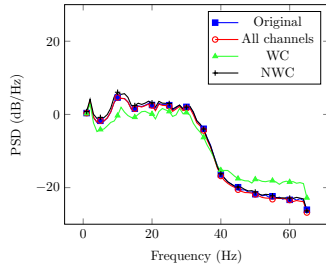
Sesión posterior 7



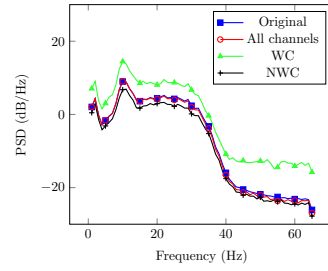
Sesión previa 9



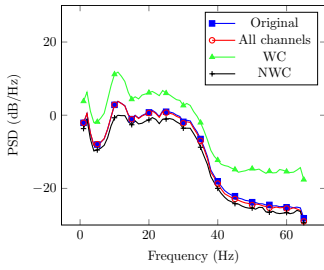
Sesión posterior 9



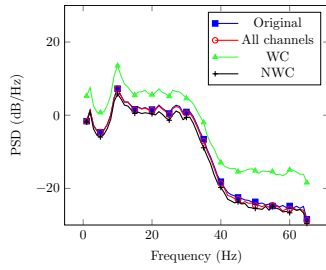
Sesión previa 10



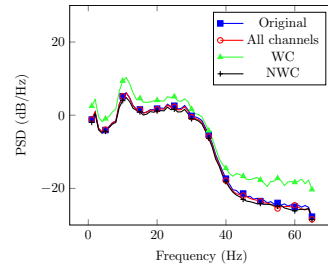
Sesión posterior 10



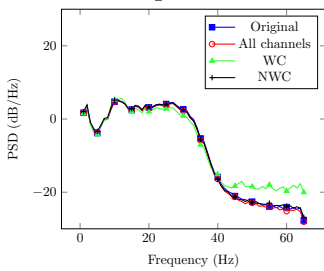
Sesión previa 11



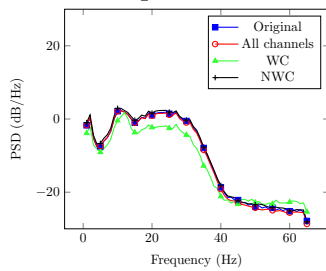
Sesión posterior 11



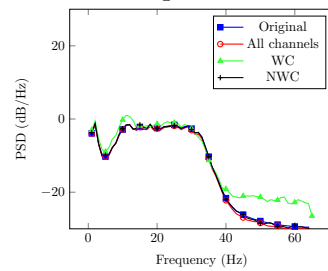
Sesión previa 12



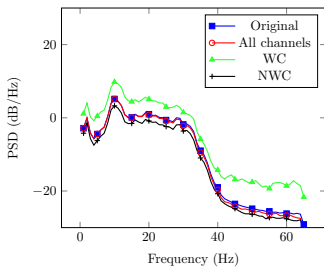
Sesión posterior 12



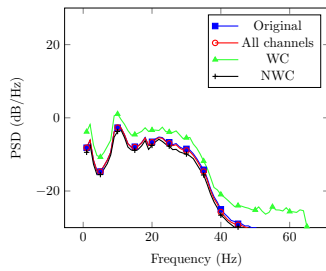
Sesión previa 13



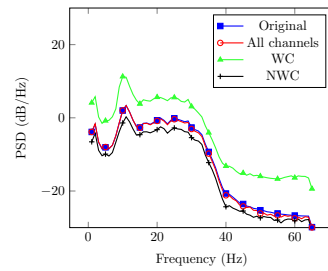
Sesión posterior 13



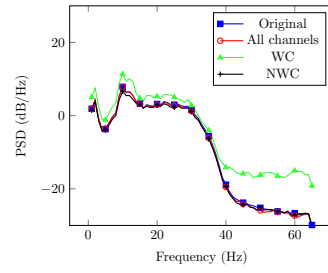
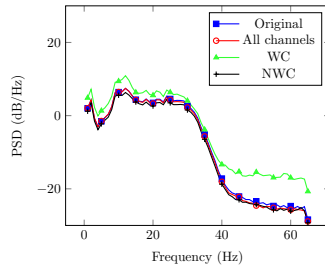
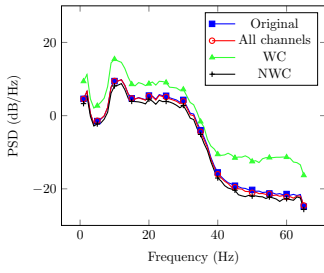
Sesión previa 14



Sesión posterior 14



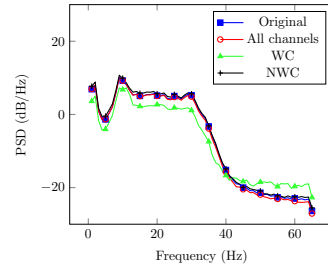
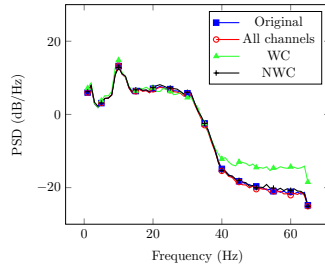
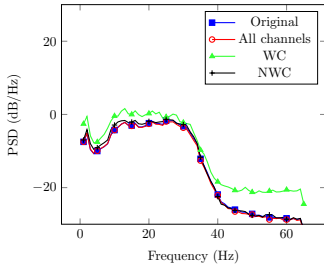
Sesión previa 15



Sesión posterior 15

Sesión previa 17

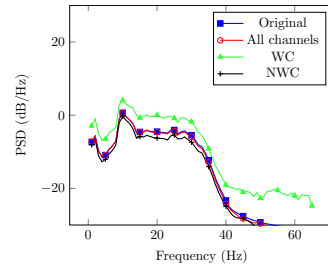
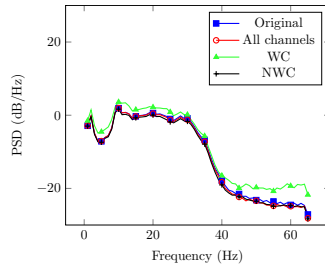
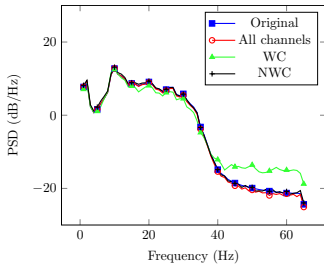
Sesión posterior 17



Sesión previa 18

Sesión posterior 18

Sesión previa 19

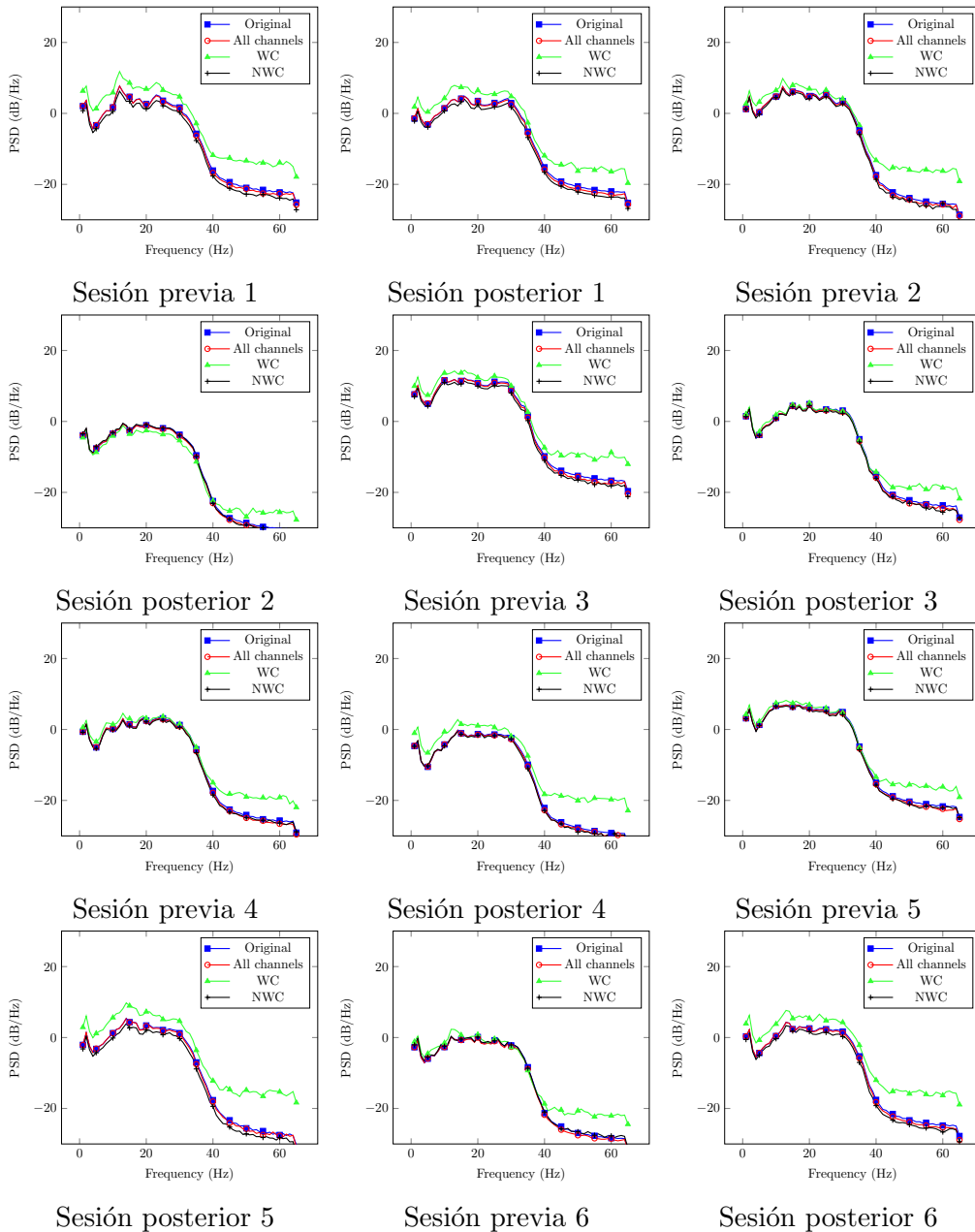


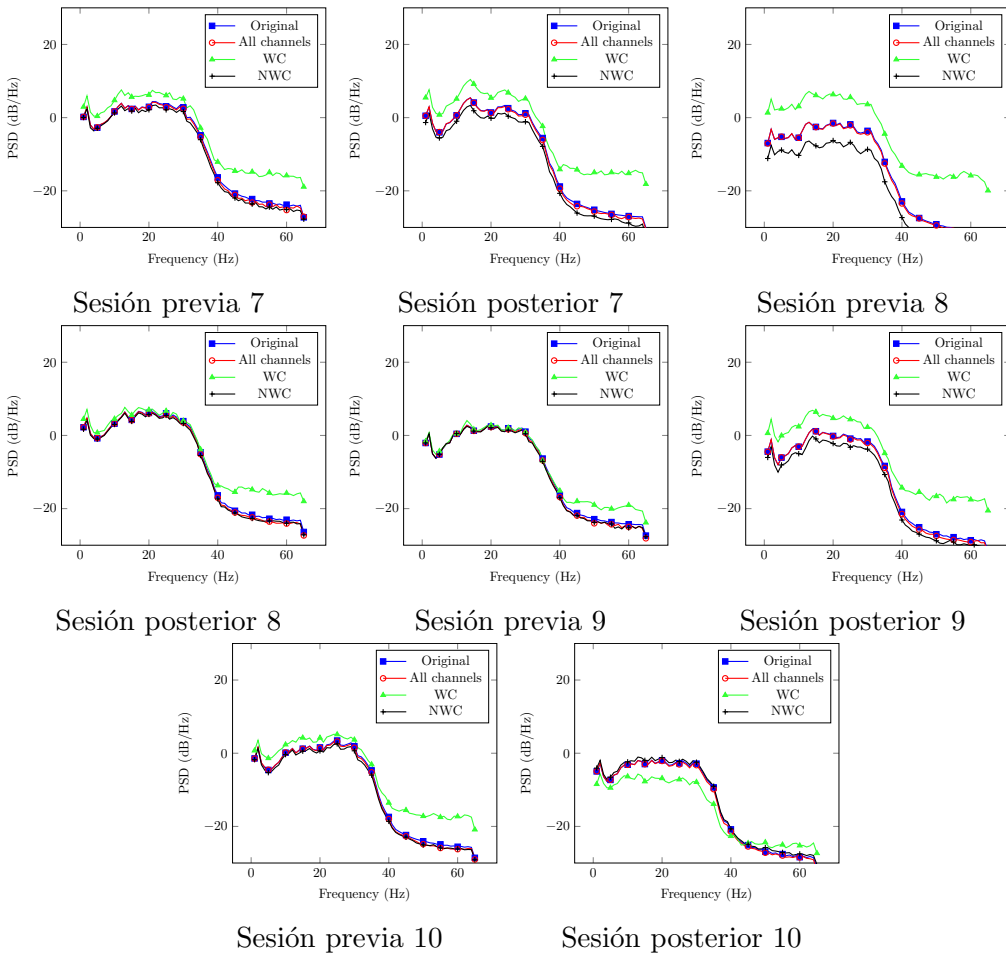
Sesión posterior 19

Sesión previa 20

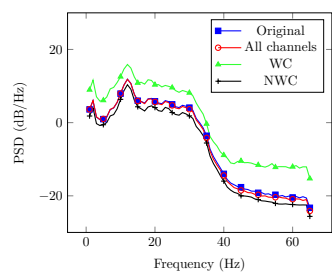
Sesión posterior 20

## A.11 Usuario 11

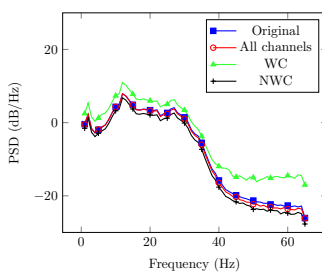








Sesión previa 7

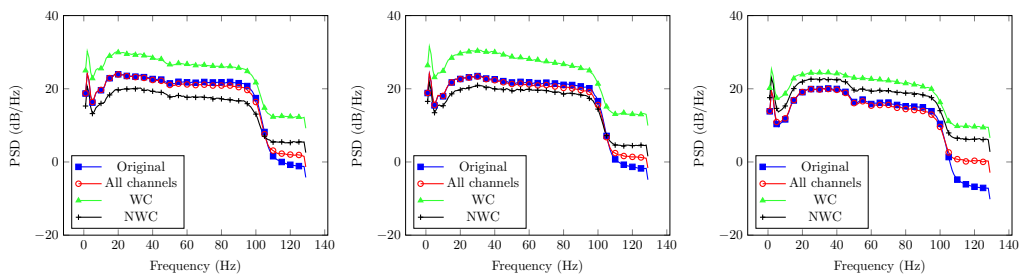


Sesión posterior 7

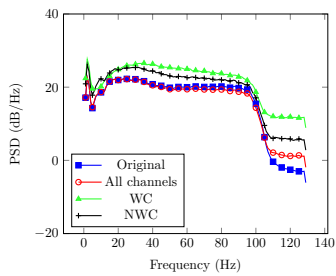
# Apéndice B

## Potencia espectral de Dataset DM

### B.1 Usuario 1

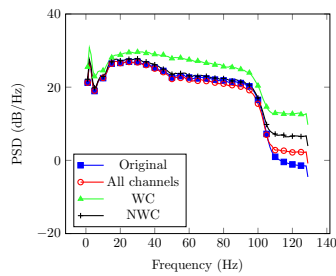


Grabación #1 sesión 4



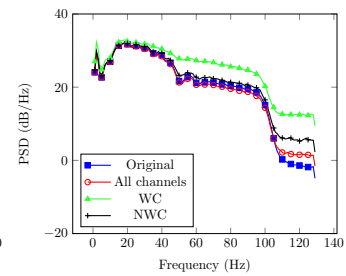
Grabación #5 sesión 8

Grabación #5 sesión 4



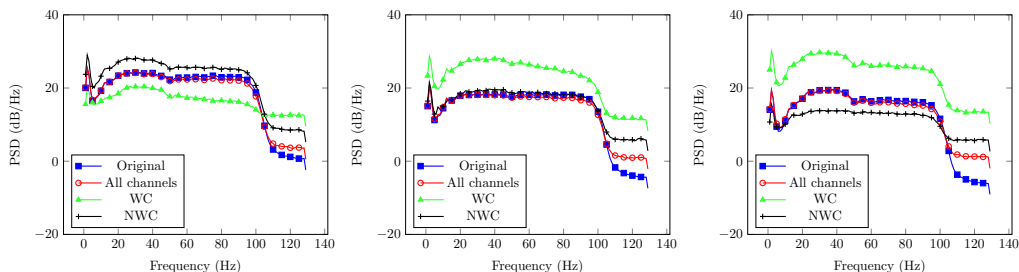
Grabación #1 sesión 11

Grabación #1 sesión 8



Grabación #5 sesión 11

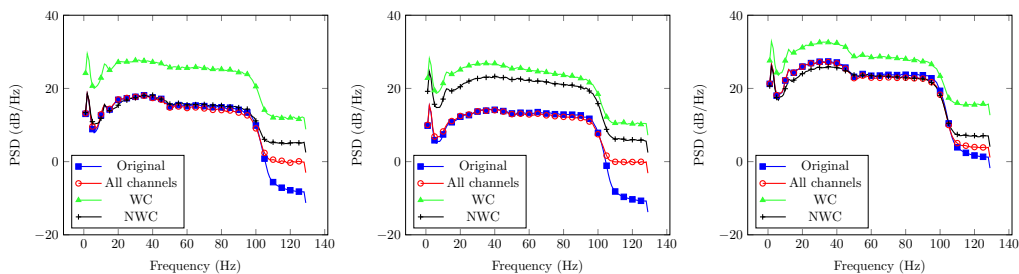
## B.2 Usuario 2



Grabación #1 sesión 4

Grabación #5 sesión 4

Grabación #1 sesión 8

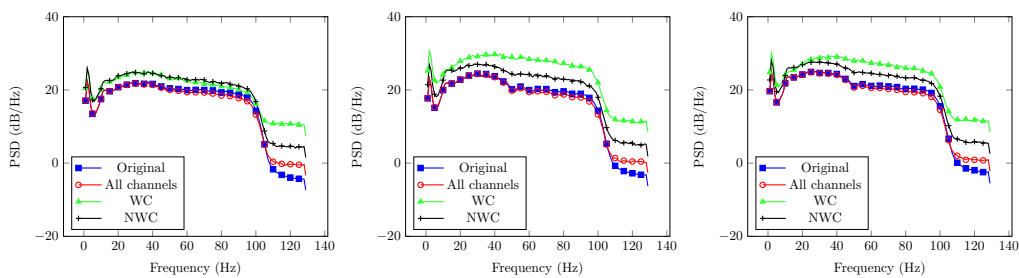


Grabación #5 sesión 8

Grabación #1 sesión 11

Grabación #5 sesión 11

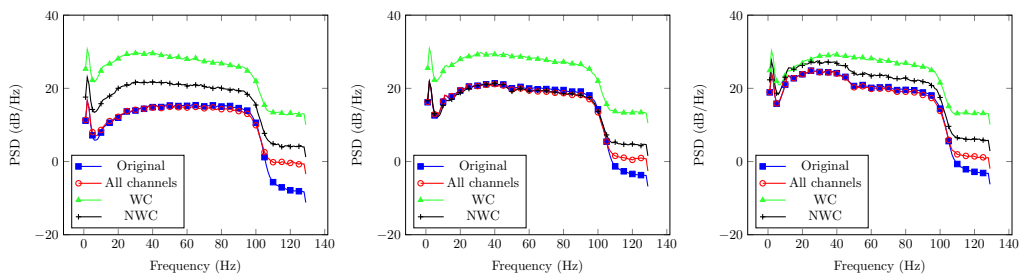
## B.3 Usuario 3



Grabación #1 sesión 4

Grabación #5 sesión 4

Grabación #1 sesión 8



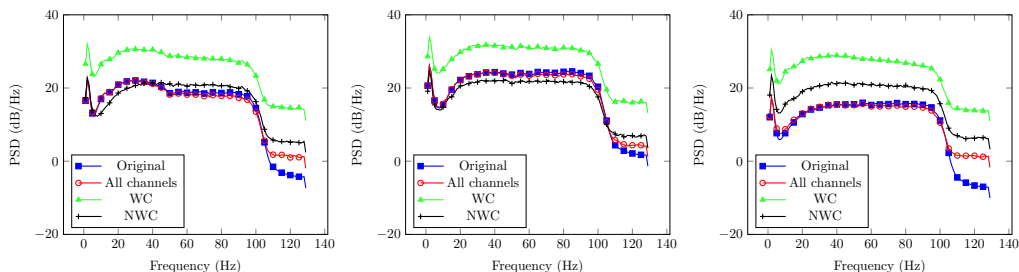
Grabación #5 sesión 8

Grabación #1 sesión 11

Grabación #5 sesión 11



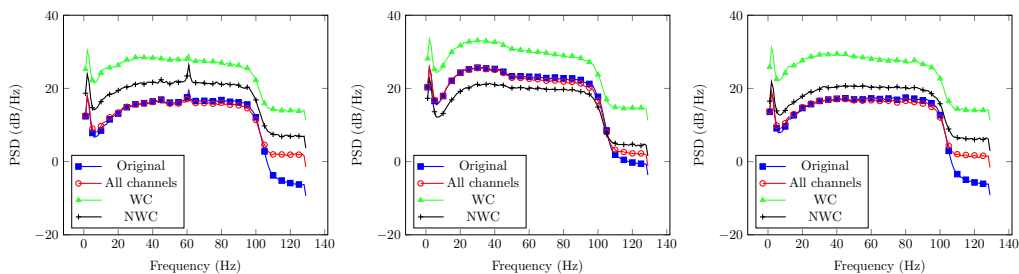
## B.4 Usuario 4



Grabación #1 sesión 4

Grabación #5 sesión 4

Grabación #1 sesión 8

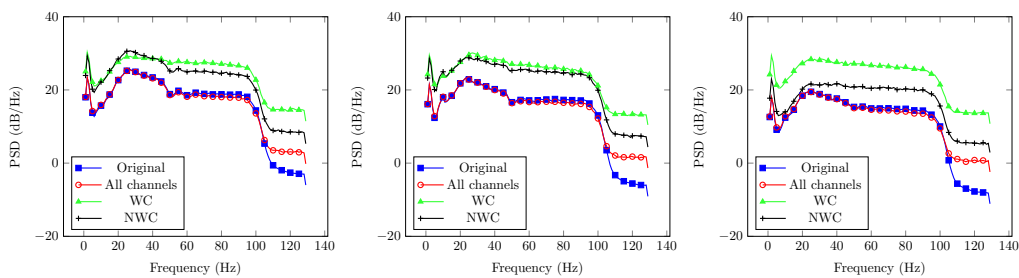


Grabación #5 sesión 8

Grabación #1 sesión 11

Grabación #5 sesión 11

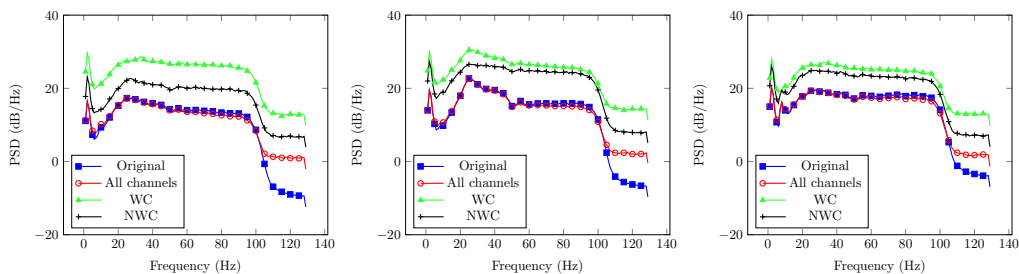
## B.5 Usuario 5



Grabación #1 sesión 4

Grabación #5 sesión 4

Grabación #1 sesión 8



Grabación #5 sesión 8

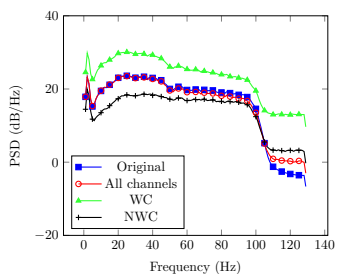
Grabación #1 sesión 11

Grabación #5 sesión 11

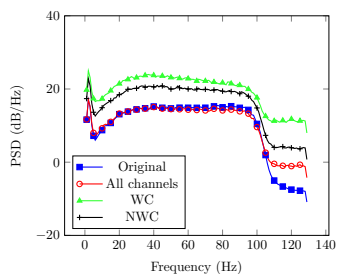




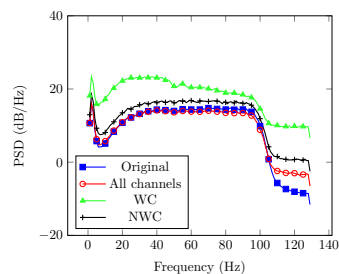
## B.10 Usuario 10



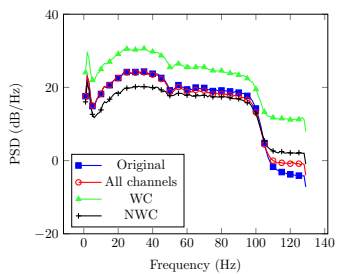
Grabación #1 sesión 4



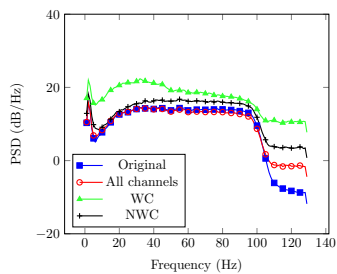
Grabación #5 sesión 4



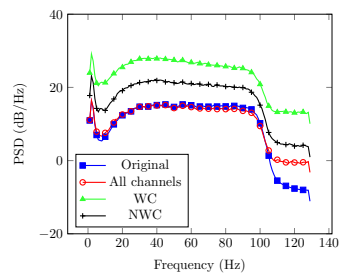
Grabación #1 sesión 8



Grabación #5 sesión 8



Grabación #1 sesión 11



Grabación #5 sesión 11